

Diplomarbeit

**Ozeangezeitenlösungen aus
Bahnstörungen erdnaheer Satelliten**

Oliver Baur

Geodätisches Institut der Universität Stuttgart

Betreuer:

Dr.-Ing. P. Schwintzer (GeoForschungsZentrum Potsdam)

Prüfer:

Prof. Dr.-Ing. E.W. Grafarend

Juni 2002

Danksagung

Ich möchte mich recht herzlich bei Herrn Dr. Schwintzer vom GeoForschungsZentrum Potsdam für die hilfreiche Unterstützung und entgegenkommende Betreuung meiner Diplomarbeit bedanken.

Ich versichere hiermit, die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

Stuttgart, Juni 2002

Inhalt

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Gezeitenbegriffe	2
2	Gezeitengenerierendes Potential	4
3	Deformation und Störpotential	11
3.1	Deformation der festen Erde als Reaktion der Erde auf die Gezeitenkräfte ...	11
3.2	LAPLACE-Ozeangezeitengleichungen.....	12
3.3	Harmonische Analyse der Ozeantidenhöhen	15
3.4	Störpotential infolge der Ozeangezeiten	18
3.5	Theorie der Admittanz	21
3.6	Atmosphärengzeiten	24
4	Spektrum der gezeiteninduzierten Satellitenbahnstörungen	25
4.1	Analytische Satellitenbahntheorie	25
4.2	KAULAS Transformation.....	28
4.3	Störungen infolge der Gezeiten der festen Erde	29
4.31	Störungen 1.Ordnung	30
4.32	Störungen 2.Ordnung	30
4.4	Störspektrum der Gezeiten der festen Erde.....	31
4.5	Störungen infolge der Ozeangezeiten.....	34
4.6	Störspektrum der Ozeangezeiten.....	34
5	Ozeangezeitenmodellierung	36
5.1	Ozeangezeitenforschung.....	36
5.2	Hydrographische Ozeangezeitenmodellierung.....	38
5.3	Ableitung globaler Ozeangezeitenparameter aus gravitativen Bahnstörungen künstlicher erdumkreisender Satelliten.....	41
5.31	Parametrisierung des Erdschwerefeldes.....	42
5.32	„Satellite-only“ Erdschwerefeldmodelle.....	43

6	Vergleich verschiedener Ozeangezeitenlösungen.....	46
6.1	Vergleich der spektralen Ozeangezeitenparameter	47
	6.11 Signifikanztest der Ozeangezeitenparameterdifferenzen	62
	6.12 Korrelationsuntersuchung	66
6.2	Vergleich der absoluten Ozeantidenhöhen.....	68
6.3	Ozeantidenhöhendifferenzen.....	71
6.4	Vergleich der absoluten Änderung des Geoids	75
6.5	Geoidänderungsdifferenzen.....	78
6.6	Säkulare Abbremsung der mittleren Mondbewegung.....	82
7	Schlussfolgerung	85
8	Literaturverzeichnis	87
	Zusammenfassung / Abstract.....	91

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Ozeangezeitenforschung kann auf eine lange Geschichte zurückblicken. Nachdem NEWTON im Jahre 1687 die erste physikalische Erklärung der Erdgezeiten formulieren konnte, gelang LAPLACE im Jahre 1775 die grundlegende formelmäßige Erfassung zur Beschreibung der Ozeangezeiten. Jedoch erst seit wenigen Jahrzehnten ist es möglich, realistische globale Lösungen dieser sogenannten LAPLACE-Gezeitengleichungen zu erhalten. SCHWIDERSKI (1980) leistete die Pionierarbeit in der neuzeitlichen Ozeangezeitenmodellierung durch die Auswertung der Messungen von über 2000 Gezeitenaufzeichnungsstationen (vor allem Pegelmessungen) zur Ableitung eines globalen ozeanographischen Modells. Über die Dauer fast eines Jahrzehnts galt die Ozeangezeitenforschung mit dem Modell nach SCHWIDERSKI als erschöpft und wurde von Geodäten, Geophysikern und Ozeanographen nur am Rande betrachtet.

Eine Wiederbelebung erhielt die Ozeangezeitenforschung durch den Start verschiedener Altimetermissionen, allen voran die Mission GEOSAT im Jahre 1985, gefolgt von der TOPEX/Poseidon Mission im Jahre 1992. Dank des Altimetrie-Messprinzips standen erstmals Messwerte der Ozeanhöhe mit globaler Überdeckung bereit. Die daraus abgeleiteten Ozeangezeitenmodelle lösten das Modell nach SCHWIDERSKI hinsichtlich der erreichbaren Genauigkeit ab.

Mit der in den letzten Jahrzehnten sehr schnell wachsenden Zahl von Satelliten für geodätische, geophysikalische oder ozeanographische Forschung, besteht heute die Möglichkeit, Ozeangezeitenparameter direkt aus Bahnstörungen künstlicher erdumkreisender Satelliten abzuleiten. Wiewohl die Wurzeln zur Ableitung dieser Parameter rein aus Satellitenbahnstörungen – sogenannte ‚satellite-only‘ Lösungen – bis in die 80er Jahre zurückreichen, stehen wir gerade heute durch den Start verschiedener problemspezifischer Satellitenmissionen an einem Punkt, der dieses Vorgehen revolutioniert hat und weithin mit großem Interesse verfolgt wird.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen die am GeoForschungsZentrum (GFZ) Potsdam mit entwickelten ‚satellite-only‘ Erdschwerefeldmodelle hinsichtlich der Ozeangezeitenparameterschätzung einer Genauigkeitsuntersuchung unterzogen werden. Da nunmehr die ersten Daten des im Jahr 2000 gestarteten CHAMP Satelliten vorliegen, steht der Einfluss der CHAMP Daten auf die Schätzung der Ozeangezeitenparameter im Vordergrund.

Nach einer kleinen Einführung der verschiedenen Gezeitenbegriffe folgt in Kapitel 2 die Darstellung des gezeitengenerierenden Potentials als Grundlage aller formelmäßigen Beschreibungen. Im Zuge der Zeitabhängigkeit des gezeitenerzeugenden Potentials werden die DOODSON Elemente eingeführt. Kapitel 3 befasst sich mit den durch das

gezeiterzeugende Potential bedingten Deformationen der Erdkörpers bzw. die Formulierung des zugrundeliegenden Störpotentials und die formelmäßige Ableitung der Ozeangezeitenparameter aus Satellitenbahnstörungen. Über das Spektrum der gezeiteninduzierten Satellitenbahnstörungen handelt Kapitel 4. Wiewohl die Integration von Satellitenbahnen in konkreten Berechnungen rein numerisch abläuft, gibt die analytische Lösung der Bahngleichungen einen Einblick in das Spektrum der gezeitenbedingten Störungen von Satellitenbahnen. Kapitel 5 widmet sich der Ozeangezeitenmodellierung. Es werden beginnend bei den hydrographischen Lösungen schließlich die ‚satellite-only‘ Erdschwerefeld- bzw. Ozeangezeitenlösungen aufgezeigt. In Kapitel 6 schließlich erfolgt der Vergleich verschiedener ‚satellite-only‘ Lösungen bezüglich des satellitenunabhängigen Grenoble FES95.2 Ozeangezeitenmodells. Dieser startet beim Vergleich der Ozeangezeitenparameter Amplitude und Phase pro Welle bzw. Konstituente (Untersuchung im Spektralbereich); weiter werden die Ozeantidenhöhen berechnet und letztendlich die Änderung des Geoids infolge der verschiedenen Ozeangezeitenlösungen (Untersuchung im Ortsbereich). Am Rande wird die aus den Ozeangezeitenlösungen sich ergebende säkulare Abbremsung der mittleren Mondbewegung aufgrund der Gezeitenreibung kurz behandelt.

1.2 Gezeitenbegriffe

Im folgenden werden die verschiedenen Arten von Gezeiten kurz beschrieben

- Gezeiten der festen Erde (*body tide, solid earth tides*)
Hierunter versteht man die Reaktion der festen Erde (Verformung der Landgebiete und des Meeresbodens) auf die direkten externen – in erster Linie lunisolaren – Kräfte. Die Wassermassen sind hier nicht berücksichtigt. Gäbe es keine Ozeane, so gäbe es trotzdem die Gezeiten der festen Erde.
- Ozeangezeiten (*ocean tides*)
Darin ist die Bewegung der Meeresoberfläche (Verlagerung der Wassermassen) relativ zum Meeresboden infolge der Gezeitenkräfte zu verstehen. Die Messung der Ozeangezeiten erfolgt über Ozeanhöhenmessungen (*tide gauges*), welche klassisch in Pegelmessungen an Küstenlinien und auf Inseln zu sehen sind. Später kamen Druckmessungen (Tiefsee-Tidenmessungen) hinzu über Sensoren, welche auf dem Meeresboden in Tiefseegebieten installiert werden. Diese Größe wird meist in Ozeangezeitenmodellen bereitgestellt.
- Ozeanauflastgezeiten (*ocean-tide loading*)
Darunter versteht man die Deformationen des Meeresbodens und des küstennahen Festlandes als Reaktion auf die Umverteilung der Wassermassen infolge der

Ozeangezeiten (indirekter Effekt). Der Effekt der Ozeanauflastgezeiten generiert zwei Einzeleffekte. Zum einen die Deformation der Erdkruste infolge der Auflast der Wassermassen, zum anderen die Änderung des Erdgravitationspotentials als Folge der Auflastdeformation. Verglichen mit den Gezeiten der festen Erde ist das Phänomen der Ozeanauflastgezeiten, die sich auch auf das Festland auswirken, sehr kompliziert zu beschreiben wegen des komplexen dynamischen Verhaltens der Ozeane (vor allem in den Schelfgebieten).

- **Elastische Ozeangezeiten (*elastic ocean tides*)**
Sie sind die Summe aus Ozeangezeiten und Ozeanauflastgezeiten. Sie spielen hauptsächlich für die Satellitenaltimetrie eine bedeutende Rolle.
- **Erdgezeiten (*earth tides*)**
Als Erdgezeiten bezeichnet man die Summe aus den Gezeiten der festen Erde und den Ozeanauflastgezeiten (Gesamtdeformation der festen Erde). Die Erdgezeiten werden mit Gravimetern an der Erdoberfläche aufgezeichnet.
- **Atmosphärengzeiten (*atmospheric tides*)**
Sie äußern sich in Druckschwankungen der Atmosphäre und sind gegenüber den wetterbedingten und thermischen Druckschwankungen klein.

2 Gezeitengenerierendes Potential (*tide-generating potential*)

Das gezeitenerzeugende Potential (Potential der Himmelskörper oder auch externes Gravitationspotential) hat zunächst eine direkte Störbeschleunigung auf einen betrachteten Aufpunkt (beispielsweise einen bestimmten Satellitenort) zur Folge. In dieser Arbeit stehen jedoch die Störbeschleunigungen auf diesen Punkt infolge der Gezeiten der festen Erde (resultierend aus dem Deformationspotential) und vor allem der Ozeangezeiten (resultierend aus dem Wassermassenpotential und dem Auflastdeformationspotential) im Vordergrund.

KELVIN (1876) konnte als Erster aufzeigen, dass die feste Erde sowie die Ozeane auf das gezeitenerzeugende Potential reagieren. Ihm ist die erste Theorie der Erdgezeiten zu verdanken unter der Annahme einer homogenen, inkompressiblen Erdkörpers [MELCHIOR, 1983; DARWIN, 1888]. Die Gezeitenbeschleunigung $\gamma^{tid(H_i)}(P)$ in einem betrachteten Punkt P (im allgemeinen an der Erdoberfläche oder in Satellitenhöhe) ist der Differenzvektor zwischen der Gravitationsbeschleunigung $\gamma_{grav(H_i)}(P)$ des Himmelskörpers H_i in P und der Beschleunigung des Massenmittelpunktes M der Erde $\gamma_{grav(H_i)}(M)$ infolge der Gravitationswirkung des Himmelskörpers. Folglich wird mit Anwendung des NEWTONSchen Gravitationsgesetzes

$$\gamma^{tid(H_i)}(P) = \gamma_{grav(H_i)}(P) - \gamma_{grav(H_i)}(M) = \frac{Gm_{H_i}}{(r_{EH_i} - r_E)^2} \frac{\mathbf{r}_{EH_i} - \mathbf{r}_E}{r_{EH_i} - r_E} - \frac{Gm_{H_i}}{r_{EH_i}^2} \frac{\mathbf{r}_{EH_i}}{r_{EH_i}}. \quad (2.1)$$

Darin bezeichnet H_i den gezeitengenerierenden Himmelskörper, m_{H_i} die Masse des Himmelskörpers H_i , r_E den Abstand des betrachteten Punktes P vom Geozentrum (Massenmittelpunkt der Erde), r_{EH_i} den Abstand zwischen Geozentrum und Massenmittelpunkt des Himmelskörpers und G die NEWTONSche Gravitationskonstante. Im Falle der Gezeitenkräfte handelt es sich um ein konservatives Vektorfeld. Das heißt die Gezeitenbeschleunigung $\gamma^{tid(H_i)}(P)$ kann entsprechend über das Gezeitenpotential $U^{tid(H_i)}(P)$ ausgedrückt werden, wobei gilt:

$$\gamma^{tid(H_i)}(P) = \text{grad } U^{tid(H_i)}(P). \quad (2.2)$$

Die Lösung von Gleichung (2.2) bringt das Gezeitenpotential eines Himmelskörpers nach Entwicklung des reziproken Abstandes (erzeugende Funktion) in LEGENDRESche Polynome mit $P = P(\lambda, \varphi, r_E)$ in die Form [WENZEL, 1997]

$$U^{tid(H_i)}(\lambda, \varphi, r_E) = \frac{Gm_{H_i}}{r_E} \sum_{l=2}^{\infty} \left(\frac{r_E}{r_{EH_i}} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) = \frac{Gm_{H_i}}{r_{EH_i}} \sum_{l=2}^{\infty} \left(\frac{r_E}{r_{EH_i}} \right)^l P_l(\cos \psi). \quad (2.3)$$

Die $P_l(\cos\psi)$ sind die LEGENDRESchen Polynome in Abhängigkeit des Raumwinkels ψ , dem Winkel zwischen der Richtung vom Geozentrum zum Himmelskörper und vom Geozentrum zum betrachteten Punkt P . Er kann gemäß (2.4) ausgedrückt werden über die sphärischen Koordinaten des Punktes $P(\lambda, \varphi, r_E)$ und die Koordinaten des Himmelskörpers $H_i(\lambda_{H_i}, \varphi_{H_i}, r_{H_i})$

$$\cos\psi = \sin\varphi \sin\varphi_{H_i} + \cos\varphi \cos\varphi_{H_i} \cos(\lambda_{H_i} - \lambda). \quad (2.4)$$

Die Anwendung des Potentials (2.3) auf die Bewegung eines Erdsatelliten ($r_E = r_{\text{Satellit}}$) führt zu einer Beschreibung des direkten Effekts des Himmelskörpers (Sonne, Mond, Planeten) auf die Bewegung, welcher bei der Bahnintegration rechnerisch berücksichtigt wird. Unter der Gezeitenstörung der Satellitenbahn versteht man jedoch die Änderung des externen Gravitationsfeldes der Erde verursacht durch die Auswirkung des Potentials in (2.3) auf die Massenverteilung innerhalb der Erde und an der Erdoberfläche. Mit Hilfe des Raumwinkels in (2.4) können die LEGENDRESchen Polynome über die orthonormalen Kugelflächenfunktionen $\bar{c}_{lm}(\lambda, \varphi)$ und $\bar{s}_{lm}(\lambda, \varphi)$ ausgedrückt werden durch

$$P_l(\cos\psi) = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=0}^l \left[\bar{c}_{lm}(\lambda, \varphi) \bar{c}_{lm}(\lambda_{H_i}, \varphi_{H_i}) + \bar{s}_{lm}(\lambda, \varphi) \bar{s}_{lm}(\lambda_{H_i}, \varphi_{H_i}) \right], \quad (2.5)$$

mit

$$\begin{aligned} \begin{cases} \bar{c}_{lm}(\lambda, \varphi) \\ \bar{s}_{lm}(\lambda, \varphi) \end{cases} &= \begin{cases} \bar{P}_{lm}(\sin\varphi) \cos m\lambda \\ \bar{P}_{lm}(\sin\varphi) \sin m\lambda \end{cases}, \\ \begin{cases} \bar{c}_{lm}(\lambda_{H_i}, \varphi_{H_i}) \\ \bar{s}_{lm}(\lambda_{H_i}, \varphi_{H_i}) \end{cases} &= \begin{cases} \bar{P}_{lm}(\sin\varphi_{H_i}) \cos m\lambda_{H_i} \\ \bar{P}_{lm}(\sin\varphi_{H_i}) \sin m\lambda_{H_i} \end{cases}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

woraus schließlich das Gezeitenpotential eines Himmelskörpers in sphärischen Koordinaten resultiert:

$$U^{\text{tid}(H_i)}(\lambda, \varphi, r_E) = \frac{Gm_{H_i}}{r_{EH_i}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{r_E}{r_{EH_i}} \right)^l \frac{1}{2l+1} \times \left[\bar{c}_{lm}(\lambda, \varphi) \bar{c}_{lm}(\lambda_{H_i}, \varphi_{H_i}) + \bar{s}_{lm}(\lambda, \varphi) \bar{s}_{lm}(\lambda_{H_i}, \varphi_{H_i}) \right]. \quad (2.7)$$

Diese Darstellung des Gezeitenpotentials eines Himmelskörpers ist gleichbedeutend mit der Darstellung (2.8), in der die Kugelflächenfunktionen in Form der normierten zugeordneten LEGENDRESchen Funktionen \bar{P}_{lm} multipliziert mit $\cos m\lambda$ bzw. $\sin m\lambda$ enthalten sind. Man

vergleiche dazu mit (2.6). Die Normierung selbst ist in (2.9) angegeben. δ_{0m} bezeichnet das Kronecker-Symbol.

$$U^{tid(H_i)}(\lambda, \varphi, r_E) = \frac{Gm_{H_i}}{r_{EH_i}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{r_E}{r_{EH_i}} \right)^l \frac{1}{2l+1} \bar{P}_{lm}(\sin \varphi_{H_i}) \bar{P}_{lm}(\sin \varphi) \times \quad (2.8)$$

$$\times [\cos m\lambda_{H_i} \cos m\lambda + \sin m\lambda_{H_i} \sin m\lambda],$$

$$\bar{P}_{lm}(\sin \varphi) = \sqrt{(2 - \delta_{0m})(2l+1)} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_{lm}(\sin \varphi) \quad m \geq 0. \quad (2.9)$$

Mit dem Additionstheorem für trigonometrische Funktionen

$$\cos m\lambda_{H_i} \cos m\lambda + \sin m\lambda_{H_i} \sin m\lambda = \cos m(\lambda - \lambda_{H_i}) = \cos m(H_{H_i}), \quad (2.10)$$

wobei

$$H_{H_i} = \Theta_{Gr} + \lambda - \alpha_{H_i} = \lambda - \lambda_{H_i}, \quad (2.11)$$

ergibt sich direkt

$$U^{tid(H_i)}(\lambda, \varphi, r_E) = \frac{Gm_{H_i}}{r_{EH_i}} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{r_E}{r_{EH_i}} \right)^l \frac{1}{2l+1} \bar{P}_{lm}(\sin \delta_{H_i}) \bar{P}_{lm}(\sin \varphi) \cos m(H_{H_i}). \quad (2.12)$$

Die Differenz $(\lambda - \lambda_{H_i})$ der Längen ist dabei gerade der Stundenwinkel des Himmelskörpers, welcher im übrigen – wie in (2.11) zu sehen – auch über die Sternzeit von Greenwich Θ_{Gr} und die Rektaszension α_{H_i} des Himmelskörpers aufgestellt werden kann. Gleichzeitig wurde eine Änderung in der Notation vorgenommen und für die Breite φ_{H_i} des Himmelskörpers hier richtigerweise die Deklination δ_{H_i} eingesetzt. Der Grad $l = 2$ liefert den weitaus größten Beitrag zum Gezeitenpotential (im allgemeinen ist es üblich, die Gezeitenpotentialentwicklung bis Grad $l = 3$ für den Mond und Grad $l = 2$ für die Sonne oder weitere Himmelskörper zu berücksichtigen). Mit Beschränkung von (2.12) auf die Glieder zweiten Grades folgt

$$U_2^{tid(H_i)}(\lambda, \varphi, r_E) = Gm_{H_i} \frac{r_E^2}{r_{EH_i}^3} \frac{1}{5} \left\{ \begin{aligned} &\bar{P}_{20}(\sin \varphi) \bar{P}_{20}(\sin \delta_{H_i}) \\ &+ \bar{P}_{21}(\sin \varphi) \bar{P}_{21}(\sin \delta_{H_i}) \cos(H_{H_i}) \\ &+ \bar{P}_{22}(\sin \varphi) \bar{P}_{22}(\sin \delta_{H_i}) \cos 2(H_{H_i}) \end{aligned} \right\}. \quad (2.13)$$

Der erste Term in (2.13) ist unabhängig von der Länge λ . Man nennt ihn den zonalen Term ($m = 0$). Für den dritten Term sind Grad und Ordnung gleich ($m = l$). Man nennt ihn den sektoriellen Term. Für den zweiten Term ist $m \neq 0$ und $m \neq l$. Man nennt ihn den tesseralen Term. In gleicher Weise sind die bedeutendsten Gezeiten auszumachen. Man unterscheidet in

- sektoriell:
die LEGENDRE-Funktion wird zu null auf zwei Meridianen; sie liegen beidseitig 45° entfernt von dem Meridian, auf welchem der gezeitenerzeugende Himmelskörper liegt. Die Sphäre wird folglich in vier Sektoren eingeteilt, innerhalb derer die LEGENDRE-Funktion entweder positiv oder negativ ist. Es handelt sich hier also um halbtägige Gezeiten. Die Amplitude hat ein Maximum am Äquator, wenn die Deklination des gezeitenerzeugenden Himmelskörpers null ist. Die halbtägigen Gezeiten sind mitverantwortlich für die säkulare Abnahme der Erdrotationsgeschwindigkeit.
- tesseral:
die LEGENDRE-Funktion wird zu null auf einem Meridian (90° von dem Meridian des gezeitenerzeugenden Körpers entfernt) und auf dem Äquator. Die Funktion ändert das Vorzeichen mit der Deklination und Länge des gezeitenerzeugenden Körpers. Es handelt sich hier also um eintägige Gezeiten. Die Amplitude erreicht ein Maximum für eine Breite von 45° N/S. Am Äquator und an den Polen ist die Amplitude immer null.
- zonal:
die LEGENDRE-Funktion wird zu null für die Parallelkreise $+35^\circ 16'$ und $-35^\circ 16'$. Für den Mond ergibt dies in Abhängigkeit von δ_{H_i} unter anderem 14-tägliche Gezeiten, für die Sonne 6-monatige Gezeiten (aber auch jeweils nicht vernachlässigbare konstante Terme, sogenannte permanente Gezeiten). Es handelt sich hier also um langperiodische Gezeiten.

Der konstante – also zeitunabhängige – Teil des zonalen Terms ist gegeben mit

$$U_c^{tid(H_i)}(\lambda, \varphi, r_E) = \frac{Gm_{H_i}}{4} \frac{r_E^2}{r_{EH_i}^3} (1 - 3\sin^2 \varphi). \quad (2.14)$$

Die Zeitabhängigkeit des Gezeitenpotentials wird hervorgerufen durch die Änderung des Abstandes des Himmelskörpers H_i bezüglich der Erde sowie der Änderung der Position des Himmelskörpers bezüglich der Erde, hervorgerufen durch Rotation und Revolution der Erde und eventuell die Bahnbewegung des Himmelskörpers. Die Koordinaten der Himmelskörper sind also Funktionen der Zeit: $r_{EH_i} = r_{EH_i}(t)$, $\varphi_{H_i} = \varphi_{H_i}(t)$ und $\lambda_{H_i} = \lambda_{H_i}(t)$. Die Zeitabhängigkeit der Koordinaten der Himmelskörper bezüglich der rotierenden Erde ist sehr kompliziert, weshalb schon frühzeitig der Versuch unternommen wurde, die Zeitabhängigkeit in Form von zeitlichen Änderungen der Bahnelemente von Himmelskörpern auszudrücken. Die erste systematische Entwicklung von (2.12) bezüglich von Bahnelementen geht zurück

auf DARWIN (1888). Jedoch ist seine Entwicklung nicht wirklich harmonisch (die Amplituden und Phasen ändern sich langsam mit der Zeit). DOODSON (1921) konnte diesen Umstand durch die Einführung der nach ihm benannten DOODSON Elemente beseitigen, welche sich hinreichend genau linear mit der Zeit ändern. Dabei griff er auf die Arbeiten von NEWCOMB (1895) und BROWN (1905) zurück. Heute noch aber ist DARWINS Notation für die hauptsächlichsten Tiden in Gebrauch. Zur Beschreibung der Position von Sonne und Mond bezüglich der Erde benötigt man die sechs klassischen DOODSON Elemente τ, s, h, p, N', p_s . Alle Längen beziehen sich auf das Frühlingsäquinoktium. Zur Beschreibung der Position eines weiteren Himmelskörpers muss jeweils als weiteres Element die mittlere Länge dieses Himmelskörpers hinzugezogen werden.

DOODSON Elemente (numerische Werte nach SIMON ET AL., 1994)

τ mittlere Mondzeit (Stundenwinkel des mittleren Mondes +12h)
 Periode T_τ : 1.0351 mittlere Sonnentage (1 Montag bzw. 24h 50.47min)

s mittlere ekliptikale Länge des Mondes
 Periode T_s : 27.322 mittlere Sonnentage (1 Mondmonat)

h mittlere ekliptikale Länge der Sonne
 Periode T_h : 1 tropisches Jahr (365.242199d)

p mittlere ekliptikale Länge des Mondperigäums
 Periode T_p : 8.847 Jahre

N' negative mittlere ekliptikale Länge des aufsteigenden Mondknotens
 Periode $T_{N'}$: 18.613 Jahre

p_s mittlere ekliptikale Länge des solaren Perigäums
 Periode T_{p_s} : 20936 Jahre

Im Folgenden sollen nur die Sonne und der Mond als gezeitenerzeugende Himmelskörper betrachtet werden. Die DOODSON Elemente sind so gewählt, dass die Frequenzen $f_i = T_i^{-1}$ positiv sind und weiter

$$f_\tau > f_s > f_h > f_p > f_{N'} > f_{p_s} \quad (2.15)$$

gilt. In Tabelle 2.1 sind die Frequenzen der DOODSON Elemente bezüglich der Fundamentalepoche J2000 angegeben [SIMON ET AL., 1994].

Tabelle 2.1: Frequenzen der DOODSON Elemente

Element	Frequenz [$^{\circ}/h$]	Periode
τ	14.49205212018	1.0351 d
s	0.54901651973	27.322 d
h	0.04106863991	1 a
p	0.00464181341	8.847 a
N'	0.00220640687	18.613 a
p_s	0.00000196151	20936 a

Die sechs DOODSON Elemente werden nun dazu benutzt, das von Mond und Sonne hervorgerufene, zeitlich veränderliche, gezeitenerzeugende Potential der festen Erde zu beschreiben. Dazu wählen wir an dieser Stelle die sphärische harmonische Entwicklung von CARTWRIGHT-EDDEN-TAYLOR (1971, 1973), welche das gezeitenerzeugende Potential als Funktion der Bahnparameter von Mond und Sonne in komplexer Form vorgibt mit

$$U^{tid}(\lambda, \varphi, r_E) = \text{Re} \left[\frac{Gm_E}{R_E^2} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{r_E}{R_E} \right)^l c_{lm}(t) Y_{lm}(\lambda, \varphi) \right], \quad (2.16)$$

mit dem Erdradius R_E , der Erdmasse m_E und den sphärischen Harmonischen

$$Y_{lm}(\lambda, \varphi) = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_{lm}(\sin \varphi) e^{im\lambda}. \quad (2.17)$$

Dabei wird $\frac{Gm_E}{R_E^2} \approx g_E$ – die Schwere an der Erdoberfläche – als Skalierungsfaktor, wegen der Entsprechung mit dem Schwerepotential der Erde, gewählt. Die Koeffizienten $c_{lm}(t)$ sind – wie zu sehen ist – eine Funktion der Zeit t . Durch den Übergang in den Frequenzbereich werden die Koeffizienten zu

$$c_{lm}(t) = \sum_s H_{lm,s}(\omega_s) e^{i(\omega_s t + c)}, \quad (2.18)$$

$$c = \begin{cases} 0 & \text{für } l - m \text{ gerade} \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für } l - m \text{ ungerade} \end{cases}. \quad (2.19)$$

$H_{lm,s}$ ist die Amplitude, das heißt der Modulus, für die vertikale Höhenänderung $\frac{U^{tid}}{g_E}$ in der Äquipotentialfläche. Das astronomische Argument $\omega_s t = \theta_s$ einer bestimmten Tide s setzt sich dabei zusammen aus den zuvor eingeführten DOODSON Elementen gemäß

$$\omega_s t = \theta_s = n_{1,s} \tau + n_{2,s} s + n_{3,s} h + n_{4,s} p + n_{5,s} N' + n_{6,s} p_s. \quad (2.20)$$

Zur Beschreibung der zeitlich veränderlichen Gezeiten mit (2.20) sind alle Kombinationen von $n_{1,s}, n_{2,s}, \dots, n_{6,s}$ mit $n_{1,s}, n_{2,s}, \dots, n_{6,s} \in \mathbb{Z}$ möglich. Die Stationslänge λ tritt nur im ersten Fundamentalwinkel τ auf, somit ist der Koeffizient $n_{1,s}$ stets identisch mit der Ordnung m des Gezeitenpotentials, d.h. es ist $n_{1,s} = m$. Der größte Term in der Summe der Frequenzen ist die in Abhängigkeit von der Frequenz f_τ , wobei τ ja gerade die mittlere Mondzeit ist. Dementsprechend können die Gezeiten folgendermaßen eingeteilt werden: für $n_{1,s} = 0$ (oder $m = 0$) ist das Gezeitenpotential nicht von τ abhängig. Dies entspricht dem zonalen Anteil des Gezeitenpotentials und somit langperiodischen Gezeiten. Für $n_{1,s} = 1$ (oder $m = 1$) ist das Gezeitenpotential von 1τ abhängig. Dies entspricht dem tesseralen Anteil und somit eintägigen Gezeiten. Für $n_{1,s} = 2$ (oder $m = 2$) ist das Gezeitenpotential von 2τ abhängig. Dies entspricht dem sektoriellen Anteil und somit halbtägigen Gezeiten. Für $n_{1,s} = 3$ (oder $m = 3$) entstehen analog dritteltägige Gezeiten usw.. Die Frequenzkombinationen $n_{2,s}f_s + n_{3,s}f_h + \dots + n_{6,s}f_p$ sind jeweils kleine Zuschläge (positiv oder negativ) zu den $n_{1,s}f_\tau$, so dass es nicht nur $n_{1,s}$ Gezeitenfrequenzen gibt, sondern deren unendlich viele, nämlich alle ganzzahligen Linearkombinationen der $n_{1,s}, n_{2,s}, \dots, n_{6,s}$. Jedoch dominiert stets der $n_{1,s}$ -te Term. Da nun aber $n_{1,s} = m$ ist, kann jede resultierende Frequenz eingeteilt werden in langperiodisch, eintägig, halbtägig, dritteltägig, usw.. Um die Kombinationen der Argumente θ_s zu beschreiben, werden in (2.21) die Kennziffern $d_{i,s}$ eingeführt. Damit keine negativen Ziffern auftreten und weil eine Berücksichtigung der positiven und negativen Zuschläge zum ersten immer positiven DOODSON Element mit $\|n_{2,s}, \dots, n_{6,s}\| < 5$ ausreichend ist, wird $d_{1,s} = n_{1,s}, d_{2,s} = (n_{2,s} + 5), \dots, d_{6,s} = (n_{6,s} + 5)$ gesetzt:

$$\begin{aligned} \theta_s &= n_{1,s}\tau + n_{2,s}s + n_{3,s}h + n_{4,s}p + n_{5,s}N' + n_{6,s}p_s \\ &= d_{1,s}\tau + (d_{2,s} - 5)s + (d_{3,s} - 5)h + (d_{4,s} - 5)p + (d_{5,s} - 5)N' + (d_{6,s} - 5)p_s. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Die Argumente werden sodann über den Code

$$d_{1,s}d_{2,s}d_{3,s}d_{4,s}d_{5,s}d_{6,s} \quad (2.22)$$

ausgedrückt. Auf diese Weise hat DOODSON (1921) insgesamt 386 Einzeltiden bezüglich der Gezeiten der festen Erde tabelliert (99 langperiodische, 158 eintägige, 115 halbtägige und 14 dritteltägige). DOODSON folgten CARTWRIGHT und TYLOR (1971), CARTWRIGHT und EDDEN (1973), BUELLESFELD (1985), TAMURA (1987), XI (1989) und ROOSBEEK (1993). Die neueste und genaueste Gezeitenpotentialentwicklung geht auf HARTMANN und WENZEL (1995) zurück. Dieser letztere Tidenkatalog umfasst insgesamt 12935 Einzeltiden. In (2.22) wird $(d_{1,s}d_{2,s})$ die Gruppennummer (*group number*) genannt, $(d_{1,s}d_{2,s}d_{3,s})$ die Konstituentennummer (*constituent number*). Benachbarte Gruppen unterscheiden sich hinsichtlich der Frequenz um ca. $1c/m$ (*cycle per month*); benachbarte Konstituenten um ca. $1c/y$ (*cycle per year*).

3 Deformation und Störpotential

Im vorigen Kapitel wurde das gezeitenerzeugende Potential aufgezeigt. Die Erde antwortet auf die Gezeitenkräfte der Himmelskörper mit Verformungen, auch Deformationen genannt. Dabei wird unterschieden zwischen den Deformationen des festen (ozeanlosen) Erdkörpers (Gezeiten der festen Erde), und den Deformationen infolge der Umverteilung der Wassermassen (Ozeangezeiten und Ozeanauflastgezeiten).

3.1 Deformation der festen Erde als Reaktion der Erde auf die Gezeitenkräfte

Der feste (ozeanlose) Erdkörper antwortet auf die Wirkung der Gezeitenkräfte der Himmelskörper mit erzwungenen Schwingungen. Mathematisch kann die daraus resultierende Verformung des Erdkörpers durch das Deformationspotential [DOW, 1988] ausgedrückt werden mit (vergleiche mit (2.16))

$$\Delta U^{tid}(r_E, \lambda, \varphi) = \text{Re} \left[\frac{Gm_E}{R_E^2} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_s \left(\frac{R_E}{r_E} \right)^{l+1} \times \right. \\ \left. \times k_{l,s} H_{lm,s}(\omega_s) Y_{lm}(\lambda, \varphi) e^{i(\omega_s t + \delta_{lm,s})} \right], \quad r_E \geq R_E. \quad (3.1)$$

Das Deformationspotential ist derjenige Teil des Gravitationspotentials, welcher durch die Massenverlagerungen im festen Erdkörper infolge der Gezeitenwirkung zustande kommt. Das Gezeitenpotential selbst ($k_{l,s} = 1, \delta_{lm,s} = 0$) ist darin nicht enthalten. Die $k_{l,s}$ bezeichnen die frequenzabhängigen LOVE Zahlen. Für diese gilt nach dem 1066A Erdmodell [GILBERT und DZIEWONSKI, 1975] mit $k_{l,s} = k_{l,d_1,s}$:

$$k_{2,d_1=0} = 0.299, \\ k_{2,d_1=1} = 0.298 - 0.00123 \frac{\omega_s - \omega_{145.555}}{\omega_{FCN} - \omega_s}, \\ k_{2,d_1=2} = 0.302, \\ k_{3,d_1} = 0.093 \quad (3.2)$$

mit den Frequenzen der 145.555-Tide (vergleiche mit 2.22)) und der Free Core Nutation (FCN)

$$\omega_{145.555} = 0.92700c / \text{sidereal } d, \\ \omega_{FCN} = 1.0021714c / \text{sidereal } d. \quad (3.3)$$

Im Falle der Gezeiten der festen Erde wird bei numerischen Berechnungen die Phase $\delta_{lm,s}$ im Argument $\omega_s t = \theta_s + \delta_{lm,s}$ zu null gesetzt (elastische Reaktion). Gleichung (3.1) kann dann – analog zur sphärischen harmonischen Entwicklung des Gravitationspotentials der Erde – ebenso geschrieben werden als

$$\Delta U(r_E, \lambda, \varphi) = \frac{Gm_E}{R_E} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_E}{r_E} \right)^{l+1} \bar{P}_{lm}(\sin \varphi) \times \quad (3.4)$$

$$\times [\Delta \bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{lm} \sin m\lambda], \quad r_E \geq R_E,$$

wenn man im Vergleich mit den sphärischen Harmonischen (2.17) berücksichtigt, dass für die jetzt zeitabhängigen sphärischen harmonischen Koeffizienten gilt

$$\Delta \bar{C}_{lm} = \frac{(-1)^m}{R_E \sqrt{4\pi(2 - \delta_{0m})}} \sum_s k_{l,s} H_{lm,s} \begin{cases} \cos \theta_s & \{ l - m \text{ gerade} \\ \sin \theta_s & \{ l - m \text{ ungerade} \end{cases}, \quad (3.5)$$

$$\Delta \bar{S}_{lm} = \frac{(-1)^m}{R_E \sqrt{4\pi(2 - \delta_{0m})}} \sum_s k_{l,s} H_{lm,s} \begin{cases} -\sin \theta_s & \{ l - m \text{ gerade} \\ \cos \theta_s & \{ l - m \text{ ungerade} \end{cases}.$$

Hieraus ergeben sich zwei Möglichkeiten, die Gezeiten der festen Erde in der numerischen Integration von Satellitenbahnen zu behandeln. Die eine besteht darin, die Formeln (3.4) und (3.5) direkt auf jeden Schritt der Integration zur Berechnung der Störbeschleunigung anzuwenden. Die zweite Möglichkeit (normalerweise verwendet) geht zunächst von einer Deformation auf der Basis von konstanten (frequenzunabhängigen) LOVE Zahlen k_l aus (Grad $l = 2$ ist normalerweise ausreichend, dann gilt die Näherung $k_2 = 0.3$). Hernach werden die harmonischen Koeffizienten des Erdgravitationspotentials mit Hilfe obiger Verbesserung (3.5) korrigiert, wobei dann $k_{l,s}$ (die frequenzabhängige LOVE Zahl der Tide s) durch die Differenz $\delta k_s = k_{l,s} - k_l$ ersetzt werden muss.

Die obigen Darstellungen beziehen sich allesamt auf ein erdfestes Referenzsystem. Der Übergang in ein Inertialsystem geschieht über die Berücksichtigung der Polbewegung, Erdrotation, Nutation und Präzession.

3.2 LAPLACE-Ozeangezeitengleichungen

Die Meeresoberfläche ist eine hydrostatische Gleichgewichtsfläche. Auf den offenen Ozeanen haben die Ozeangezeiten Amplituden von ca. $0.5m$. In Küstennähe jedoch werden die Ozeangezeiten bedeutend verstärkt durch die Seichtigkeit der Schelfgebiete und die enge Form von Buchten und Häfen. Folglich ist die Größe der Ozeangezeiten für einen bestimmten Ort stark von komplexen lokalen Faktoren abhängig. LAPLACE formulierte 1775 die klassischen Gleichungen zur Beschreibung der Ozeangezeiten. Sie werden LAPLACE-

(Ozean)Gezeitengleichungen, hydrodynamische Gleichungen oder LTEs (LAPLACE Tidal Equations) genannt. Jedoch erst in den letzten zwei bis drei Jahrzehnten wurde es möglich, brauchbare globale Lösungen dieser Gleichungen unter Verwendung realistischer Modelle der Ozean-Kontinent-Geometrie sowie von Ozeantiefenprofilen zu erhalten. Gerade die Wichtigkeit des letztgenannten Gesichtspunktes kann recht anschaulich demonstriert werden an den wenigen analytischen Lösungen der LAPLACE -Gezeitengleichungen [DARWIN, 1888]. So verschwinden beispielsweise für einen über die gesamte rotierende Erde gedachten Ozean mit konstanter Tiefe die eintägigen Gezeiten. Wird hingegen die Ozeantiefe als Konstante mit Anbringung eines zonalen Terms vom Grad $l = 2$ modelliert, so würden sich die eintägigen Gezeiten ihrem Auftreten nach im Vergleich zum tatsächlichen Verhalten umkehren (Phasenverschiebung um 180°). Man sieht hierin, dass eine Vielzahl von Faktoren für eine komplett beschreibende Theorie der Ozeangezeiten berücksichtigt werden muss. Die LAPLACE-Gezeitengleichungen lauten [CASOTTO, 1989]:

$$\frac{\partial \dot{x}_1}{\partial t} - 2\dot{x}_2 \Omega \sin \varphi = \frac{1}{R_E} \frac{\partial}{\partial \varphi} [\Gamma - \gamma_E (\zeta + \zeta^b)], \quad (3.6a)$$

$$\frac{\partial \dot{x}_2}{\partial t} + 2\dot{x}_1 \Omega \sin \varphi = \frac{1}{R_E \cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \lambda} [\Gamma - \gamma_E (\zeta + \zeta^b)],$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{R_E \cos \varphi} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (h(\lambda, \varphi) \dot{x}_2) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (h(\lambda, \varphi) \dot{x}_1 \cos \varphi) \right] = 0. \quad (3.6b)$$

Diese Gleichungen gelten für einen beliebigen Punkt $P(\lambda, \varphi)$ auf der sphärischen Erdoberfläche mit Radius R_E . In Formel (3.6) bezeichnet Ω die Erdrotationsgeschwindigkeit, γ_E die Schwerebeschleunigung und $h(\lambda, \varphi)$ die Ozeantiefe. Gesucht sind die Nord- und Ostkomponente des Geschwindigkeitsfeldes $\dot{x}_1(\lambda, \varphi, t)$ bzw. $\dot{x}_2(\lambda, \varphi, t)$ sowie die Ozeantidenhöhe $\zeta(\lambda, \varphi, t)$ infolge des herrschenden Potentials Γ . Gleichung (3.6b) entspricht dem Prinzip der Massenerhaltung. Die gemessene Ozeantide (konkrete Messwerte) ζ ist definiert als die Differenz zwischen der Ozeantidenhöhe bezüglich des Geozentrums ζ^s und der Tidenhöhe des Meeresbodens ζ^b , das heißt es gilt

$$\zeta = \zeta^s - \zeta^b. \quad (3.7)$$

Die Tidenhöhe des Meeresbodens ζ^b setzt sich wiederum zusammen aus der Verschiebung des Meeresbodens infolge der Gezeiten der festen Erde ζ^e und der Verschiebung infolge der Ozeanauflast ζ^{bl} :

$$\zeta^b = \zeta^e + \zeta^{bl}. \quad (3.8)$$

Für den Grad $l = 2$ wird an der Erdoberfläche

$$\xi^e = h_2 \frac{U_2^{tid}}{\gamma_E} \quad (3.9)$$

und weiter [CASOTTO, 1989]

$$\xi^{bl} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{3}{2l+1} \frac{\rho_w}{\rho} h_l' \xi_l \quad (3.10)$$

und

$$\xi = \sum_{l=0}^{\infty} \xi_l . \quad (3.11)$$

Darin ist ξ_l die Komponente vom Grad l der Kugelfunktionsentwicklung der Tide ξ . Die h_l' bezeichnen die LOVESchen Auflastzahlen, ρ_w die mittlere Meereswasserdichte und ρ die Dichte der festen Erde. Somit ist die Deformation ($\xi + \xi^b$) in (3.6a) bestimmt zu

$$\xi + \xi^b = \xi^s = h_2 \frac{U_2^{tid}}{\gamma_E} + \sum_{l=0}^{\infty} \left[1 + \frac{3}{2l+1} \frac{\rho_w}{\rho} h_l' \right] \xi_l . \quad (3.12)$$

Das Gesamtpotential Γ setzt sich aus vier Bestandteilen zusammen:

$$\Gamma = U_2^{tid} + \Delta U_2^{tid} + U_{\xi}^{tid} + \Delta U_{\xi}^{tid} . \quad (3.13)$$

Der erste Summand ist das Gezeitenpotential zweiten Grades (vgl. Formel (2.13)), der zweite Summand beschreibt das Deformationspotential zweiten Grades infolge der Gezeiten der festen Erde und ist mit $\Delta U_2^{tid} = k_2 U_2^{tid}$ gegeben. U_{ξ}^{tid} ist das Deformationspotential infolge der Ozeangezeiten, schließlich ΔU_{ξ}^{tid} das Deformationspotential infolge der Ozeanauflastgezeiten. Letztere beide können gefunden werden mit [CASOTTO, 1989]

$$U_{\xi}^{tid} = \gamma_E \sum_{l=0}^{\infty} \frac{3}{2l+1} \frac{\rho_w}{\rho} \xi_l , \quad (3.14)$$

$$\Delta U_{\xi}^{tid} = \sum_{l=0}^{\infty} k_l' U_{\xi l}^{tid} . \quad (3.15)$$

Schlussendlich wird der wirkende Term in (3.6a) folglich zu

$$\left[\Gamma - \gamma_E (\xi + \xi^b) \right] = (1 + k_2 - h_2) U_2^{tid} - \gamma_E \sum_{l=0}^{\infty} \left[1 - (1 + k_l' - h_l') \frac{3}{2l+1} \frac{\rho_w}{\rho} \right] \xi_l . \quad (3.16)$$

Unter der Annahme einer einfachen harmonischen Reaktion der Ozeangeschwindigkeit eines globalen Ozeans konstanter Tiefe und Vernachlässigung der Corioliskraft (damit $\Omega = 0$) können die Gleichungen (3.6) nach der Gezeitenhöhe analytisch gelöst werden. Die komplexe Form der Ozeanbecken, zusammen mit der Erdrotation, der Meeresbodenreibung und der Erdviskosität verhindern jedoch eine solch simple Lösung als realen Zustand. HENDERSHOTT (1972) war der Erste, der die Gezeiten der festen Erde zusammen mit der Ozeanauflast in eine globale numerische Lösung aufnahm, wiewohl spätere Lösungen zeigten, dass der Auflasteffekt nicht ganz so ins Gewicht fällt, wie dies bei HENDERSHOTT den Anschein hatte.

3.3 Harmonische Analyse der Ozeantidenhöhen

Die Reaktion der Ozeane auf das gezeitenerzeugende Potential wird beschrieben über die frequenzabhängigen Tidenhöhen (*tide heights*). Durch die Annahme der Linearität in der Reaktion der Ozeane auf das gezeitenerzeugende Potential kann jede einzelne Ozeantide hydrodynamisch entkoppelt von allen anderen Tiden betrachtet und folglich ohne das Wissen bzw. die Berücksichtigung der anderen Tiden behandelt werden. Für eine einzelne Ozeantide $\zeta_s(\lambda, \varphi, t)$ ausgedrückt über die Amplitude $\xi_s(\lambda, \varphi)$ und Phase $\delta_s(\lambda, \varphi)$, wobei (λ, φ) die Länge und Breite eines geozentrischen Koordinatensystems bezeichnen, gilt (Erdgezeiten und Ozeangezeiten haben zwar gleiche Frequenzen, aber unterschiedliche Phasen)

$$\zeta_s = \xi_s \cos(\theta_s + \chi - \delta_s). \quad (3.17)$$

Dieser Ansatz zur Lösung der LAPLACE-Gezeitengleichungen geht auf SCHWIDERSKI zurück. Hierin bezeichnet θ_s das DOODSON-Argument, welches in (2.21) gegeben ist. Für die DOODSON-WARTBURG-Phasenkorrektur gilt [DOW, 1988]

$$\chi = \begin{cases} 0 & \text{für halbtägige und langperiodische Gezeiten bzw. } d_{1,s} = 0,2 \\ +\frac{\pi}{2} & \text{für die 165.555-Tide} \\ -\frac{\pi}{2} & \text{für eintägige Gezeiten bzw. } d_{1,s} = 1 \text{ außer der 165.555-Tide} \end{cases}. \quad (3.18)$$

Der Index s bezieht sich auf eine einzelne Tide s (genauer gesagt auf die entsprechende Frequenz). Im nächsten Schritt wird obige Höhe der Ozeantide $\zeta_s(\lambda, \varphi, t)$ in Kugelflächenfunktionen entwickelt [DOW, 1988; CASOTTO, 1989]. Dies geschieht über Entwicklung der Ausdrücke $\xi_s \cos \delta_s$ und $\xi_s \sin \delta_s$:

$$\xi_s(\lambda, \varphi) \cos \delta_s(\lambda, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l (a_{lm,s} \cos m\lambda + b_{lm,s} \sin m\lambda) P_{lm}(\sin \varphi), \quad (3.19)$$

$$\xi_s(\lambda, \varphi) \sin \delta_s(\lambda, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l (c_{lm,s} \cos m\lambda + d_{lm,s} \sin m\lambda) P_{lm}(\sin \varphi).$$

Eingesetzt in (3.17) ergibt in komplexer Schreibweise

$$\xi_s^* = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l [(a_{lm,s} \cos m\lambda + b_{lm,s} \sin m\lambda) - i(c_{lm,s} \cos m\lambda + d_{lm,s} \sin m\lambda)] P_{lm}(\sin \varphi) e^{i(\theta_s + \chi)} \quad (3.20)$$

oder der (hier ausschließlich interessierende) reelle Teil

$$\begin{aligned} \xi_s = \operatorname{Re} [\xi_s^*] = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{\pm} ((a_{lm,s} \mp d_{lm,s}) \cos(\theta_s + \chi \pm m\lambda) + \\ + (c_{lm,s} \pm b_{lm,s}) \sin(\theta_s + \chi \pm m\lambda)) P_{lm}(\sin \varphi). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Die Aufspaltung in ‘+’ und ‘-’ resultiert aus dem unterschiedlichen Erscheinungsbild der Konstituenten; die Koeffizienten $C_{lm,s}^+, S_{lm,s}^+$ in (3.22) beziehen sich auf prograde Wellen, hingegen die Koeffizienten $C_{lm,s}^-, S_{lm,s}^-$ auf retrograde Wellen. Mit anderen Worten bedeutet dies, dass pro Konstituente der Ozeangezeiten vier Koeffizienten zu bestimmen sind, während im Unterschied zu den Erdgezeiten wegen $\delta_s(\lambda, \varphi) = 0$ (elastische Reaktion) an dieser Stelle die Bestimmung nur eines Koeffizienten erforderlich ist. Des weiteren können die zeitunabhängigen Koeffizienten auch in Form von Amplitude $D_{lm,s}^{\pm}$ und Phase $\hat{\varepsilon}_{lm,s}^{\pm}$ geschrieben werden, welche definiert sind über die Transformationen

$$\begin{aligned} S_{lm,s}^+ &= D_{lm,s}^+ \sin \hat{\varepsilon}_{lm,s}^+ = \frac{1}{2}(a_{lm,s} - d_{lm,s}), & C_{lm,s}^+ &= D_{lm,s}^+ \cos \hat{\varepsilon}_{lm,s}^+ = \frac{1}{2}(b_{lm,s} + c_{lm,s}), \\ S_{lm,s}^- &= D_{lm,s}^- \sin \hat{\varepsilon}_{lm,s}^- = \frac{1}{2}(a_{lm,s} + d_{lm,s}), & C_{lm,s}^- &= D_{lm,s}^- \cos \hat{\varepsilon}_{lm,s}^- = \frac{1}{2}(c_{lm,s} - b_{lm,s}). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Durch Anwendung des entsprechenden Additionstheorems für trigonometrische Funktionen wird schließlich

$$\xi_s(\lambda, \varphi, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{\pm} D_{lm,s}^{\pm} \sin(\theta_s + \chi \pm m\lambda + \hat{\varepsilon}_{lm,s}^{\pm}) P_{lm}(\sin \varphi), \quad (3.23)$$

was mit der Phasendefinition

$$\hat{\varepsilon}_{lm,s}^{\pm} = \frac{\pi}{2} - \varepsilon_{lm,s}^{\pm} - \chi \quad (3.24)$$

auch geschrieben werden kann zu

$$\begin{aligned}\xi_s(\lambda, \varphi, t) &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{\pm}^{\pm} D_{lm,s}^{\pm} \cos(m\lambda \pm \theta_s \mp \varepsilon_{lm,s}^{\pm}) P_{lm}(\sin \varphi) \\ &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{\pm}^{\pm} [C_{lm,s}^{\pm} \cos(m\lambda \pm \theta_s) \pm S_{lm,s}^{\pm} \sin(m\lambda \pm \theta_s)] P_{lm}(\sin \varphi).\end{aligned}\quad (3.25)$$

Die Reihe kann beispielsweise bis zu Grad und Ordnung 180 entwickelt werden. Gängig ist jedoch eine Entwicklung bis Grad und Ordnung 50, 36 oder auch kleiner (bei der Satellitenbahnintegration vor allem abhängig von der Flughöhe des betrachteten Satelliten). Allgemein gilt für den maximalen Grad der Entwicklung

$$l_{\max} = \frac{180^\circ}{\text{Rasterauflösung}}, \quad \frac{\lambda}{2} \approx \frac{20000 \text{ km}}{l_{\max}}, \quad (3.26)$$

das heißt für eine $1^\circ \times 1^\circ$ Gitterauflösung ist eine Entwicklung bis Grad und Ordnung 180 möglich, bei einem $5^\circ \times 5^\circ$ Gitter bis Grad und Ordnung 36 usw..

Für langperiodische Tiden braucht die Unterscheidung in prograde und retrograde Wellen nicht gemacht werden, da in (3.20) mit $m=0$ direkt $b_{lm,s} = d_{lm,s} = 0$ folgt (somit sind für langperiodische Wellen pro Konstituente zwei Koeffizienten der Kugelfunktionsentwicklung zu schätzen). In diesem Falle gilt je nach Definition

$$\begin{aligned}C^+ &= 2C & C^- &= 0 & \text{bzw.} & D^+ &= 2D \\ S^+ &= 2S & S^- &= 0 & & \varepsilon^+ &= \varepsilon^-\end{aligned}, \quad (3.27)$$

oder

$$\begin{aligned}C^+ &= C^- & \text{bzw.} & D^+ &= D^- \\ S^+ &= S^- & & \varepsilon^+ &= \varepsilon^-\end{aligned}. \quad (3.28)$$

Um die (relative) Wichtigkeit einer bestimmten Tide ξ_s charakterisieren zu können, wird an dieser Stelle die RMS Höhe (*Root Mean Square height*) eingeführt. Sie ist ein Maß für die globale, quadratgemittelte Tide. Per Definition ist die RMS Höhe gegeben mit

$$RMS[\xi_s] = \frac{1}{4\pi} \iint_F \xi_s \xi_s^* \cos \varphi d\varphi d\lambda. \quad (3.29)$$

Das Flächenintegral ist über die Einheitskugel zu bilden. Die Berechnung des Ausdrucks bringt

$$RMS[\xi_s] = \sqrt{\sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l N_{lm}^2 (a_{lm,s}^2 + b_{lm,s}^2 + c_{lm,s}^2 + d_{lm,s}^2)} \quad (3.30)$$

mit dem Normalisierungsfaktor

$$N_{lm} = \sqrt{\frac{1}{(2 - \delta_{0m})(2l+1)} \frac{(l+m)!}{(l-m)!}}. \quad (3.31)$$

3.4 Störpotential infolge der Ozeangezeiten

Oben wurde die Deformationen einer festen (das heisst ozeanlosen) Erde infolge der Gezeiten einer festen Erde beschrieben. Die Ozeangezeiten und Ozeanauflastzeiten erzeugen jedoch zusätzliche periodische Deformationen der Erdoberfläche bzw. festen Erde. Diese Effekte treten zwar mit den Gezeitenfrequenzen der Gezeiten der festen Erde auf, jedoch nicht mit deren Phasen, da durch die Küstenlinien und die Topographie des Meeresbodens keine ungestörten Gezeitenbewegungen in den Ozeanen möglich sind.

Das Auflastpotential ist das Gravitationspotential der Auflast (Masseneffekt). Zu dessen Berechnung denkt man sich die Auflastmassen als zweidimensional aufgetragene Schicht auf der Erdoberfläche (HELMERTSche Massen Kondensation), das heißt das Auflastpotential errechnet sich aus dem Potential einer einfachen Schichtbelegung. Gedanklich verursacht diese Schicht einen Druck infolge des zusätzlichen Gewichts auf die unterliegenden Massen und gleichzeitig eine (jedoch kleinere) Gegenwirkung aufgrund der zusätzlichen Anziehung der Schicht durch den gezeitenerzeugenden Himmelskörper. Die Auflastzahlen sind dem zufolge negativ. Im Gegensatz zum Gezeitenpotential konvergiert das Auflastpotential sehr langsam. Das Störpotential (Gravitationspotential der Auflast plus Deformationspotential) im Punkt (r_E, λ, φ) infolge der Ozeantide $\zeta_s(\lambda, \varphi, t)$ ist beschrieben mit [DOW, 1988]

$$\begin{aligned} \Delta U_s(r_E, \lambda, \varphi) = 4\pi G R_E \rho_w \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{\mp} \left(\frac{R_E}{r_E} \right)^{l+1} \times \\ \times \frac{D_{lm,s}^{\pm}}{2l+1} (1 + k'_{l,s}) \cos(m\lambda \pm \theta_s \mp \varepsilon_{lm,s}^{\pm}) P_{lm}(\sin \varphi), \quad r_E \geq R_E. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Darin bezeichnen (r_E, λ, φ) die sphärischen Koordinaten eines Punktes im Außenraum der sphärischen Erde bezüglich eines geozentrischen Koordinatensystems, R_E ist der Erdradius, θ_s das Gezeitenargument für jede Konstituente, $k'_{l,s}$ die frequenzabhängige Auflastzahl der Tide s . Weiter bezeichnet ρ_w die Dichte des Wassers. Wie zu sehen ist, enthält Formel (3.32) durch $(1 + k'_{l,s})$ sowohl den Masseneffekt der Ozeangezeiten (Umverteilung der Wassermassen) als auch den Effekt der Ozeanauflast aus der Deformation der festen Erde infolge der Umverteilung der Wassermassen. Die Auflastzahlen nehmen nach FARELL (1972) folgende Werte an:

$$\begin{aligned}
& \left(k_{2,1}' = -0.3097 - 1.45 \cdot 10^{-4} \frac{\Omega}{\omega - \omega_{FCN}}, \text{ SASAO und WAHR (1981)} \right), \\
& k_2' = -0.3075, \quad k_3' = -0.1950, \quad k_4' = -0.1320, \\
& k_5' = -0.1032, \quad k_6' = -0.0892, \quad k_7' = -0.0819, \\
& k_8' = -0.0755, \quad k_9' = -0.0723, \quad k_{10}' = -0.0682.
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Formel (3.32) kann anstatt in Amplitude $D_{lm,s}^\pm$ und Phase $\varepsilon_{lm,s}^\pm$ auch mittels der normierten Koeffizienten $\Delta\bar{C}_{lm,s}$ und $\Delta\bar{S}_{lm,s}$ dargestellt werden:

$$\Delta U_s(r_E, \lambda, \varphi) = \frac{Gm_E}{R_E} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_E}{r_E} \right)^{l+1} \bar{P}_l(\sin \varphi) \left[\Delta\bar{C}_{lm,s} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{lm,s} \sin m\lambda \right], \tag{3.34}$$

wobei

$$\begin{aligned}
\Delta\bar{C}_{lm,s} &= F_{lm} \sum_{\pm} \left(\frac{1+k'_{l,s}}{2l+1} \right) D_{lm,s}^\pm \cos(\theta_s - \varepsilon_{lm,s}^\pm), \\
\Delta\bar{S}_{lm,s} &= F_{lm} \sum_{\mp} \left(\frac{1+k'_{l,s}}{2l+1} \right) D_{lm,s}^\pm \sin(\theta_s - \varepsilon_{lm,s}^\pm)
\end{aligned} \tag{3.35}$$

und

$$F_{lm} = \frac{4\pi R_E^2 \rho_w}{m_E} \sqrt{\frac{(l+m)!}{(l-m)!(2l+1)(2-\delta_{0m})}}. \tag{3.36}$$

Die Koeffizienten $\Delta\bar{C}_{lm,s}$ und $\Delta\bar{S}_{lm,s}$ liefern direkt die zeitabhängigen Verbesserungen der normierten harmonischen Koeffizienten des Erdgravitationspotentials infolge der Ozeangezeiten. Somit können die zuletzt aufgezeigten Formeln dazu benutzt werden, Störungen von Satellitenbahnen infolge von Ozeangezeiten in eine numerische Bahnberechnung mit aufzunehmen. Konkret werden über Satellitenbahnstörungen die Amplituden $D_{lm,s}^\pm$ und Phasen $\varepsilon_{lm,s}^\pm$ (bzw. $\hat{\varepsilon}_{lm,s}^\pm$) der einzelnen Konstituenten der Welle s in (3.32) bis zu einem gewissen Grad und einer gewissen Ordnung bestimmt (bzw. die Koeffizienten $C_{lm,s}^\pm, S_{lm,s}^\pm$ in (3.25)). Daraus lassen sich bei Kenntnis der LOVESchen Auflastzahlen $k'_{l,s}$ die Potentialkoeffizienten $\Delta\bar{C}_{lm,s}$ und $\Delta\bar{S}_{lm,s}$ berechnen. Oftmals werden die normierten Amplituden $\bar{D}_{lm,s}^\pm$ in Ozeangezeitenmodellen bereitgestellt. In diesem Falle ist der Normierungsfaktor in (3.36) bereits in den normierten Amplituden enthalten, das heißt es gilt dann

$$F = F_{lm} = \frac{4\pi R_E^2 \rho_w}{m_E}. \tag{3.37}$$

Die obigen Darstellungen beziehen sich allesamt auf ein erdfestes Referenzsystem. Der Übergang in ein Inertialsystem geschieht über die Berücksichtigung der Polbewegung, Erdrotation, Nutation und Präzession.

Sind hingegen die global verteilten Tidenhöhen gegeben, so können die Amplituden $D_{lm,s}^{\pm}$ und Phasen $\varepsilon_{lm,s}^{\pm}$ zur Darstellung des entsprechenden Potentials (3.32) berechnet werden (und daraus schließlich die Änderungen der Potentialkoeffizienten in (3.35)). SCHWIDERSKI (1983, 1981, 1980) und PARKE (1982) gelang es auf diese Art und Weise aus der Analyse global verteilter Daten von Gezeitenaufzeichnungsstationen (vor allem Pegelbeobachtungen) ozeanographische Modelle für sogenannte Haupttiden (*major tides*) abzuleiten. Insgesamt werden dabei 11 Wellen modelliert (3 im langperiodischen Band: S_{sa}, M_m, M_f ; 4 im eintägigen Band: Q_1, P_1, O_1, K_1 ; und 4 im halbtägigen Band: N_2, M_2, S_2, K_2). Die Symbolbezeichnung der Gezeitenwellen geht auf DARWIN (1888) zurück, welcher für einen Teil der Tiden eine derartige Notation einführte. In Tabelle 3.1 ist für die 11 Wellen der SCHWIDERSKI Lösung (SCHW80) die Symbolbezeichnung sowie die Code-Notation nach DOODSON (2.22) angegeben. Weiter die Kombination der Doodson Elemente, die Frequenz und der verursachende Körper der einzelnen Wellen.

Tabelle 3.1: Berücksichtigte Gezeitenwellen nach dem Modell von SCHWIDERSKI

Symbol	Code	Kombination der DOODSON Elemente	Frequenz [$^{\circ}/h$]	Ursache L...Mond S...Sonne
Langperiodische Wellen ($m = 0$)				
S_{Sa}	057.555	$2h$	0.082137	S
M_m	065.455	$s-p$	0.544375	L
M_f	075.555	$2s$	1.098033	L
Eintägige Wellen ($m = 1$)				
Q_1	135.655	$(\tau - s) - (s - p)$	13.398661	L
P_1	163.555	$\tau + s - 2h$	14.958931	S
O_1	145.555	$\tau - s$	13.943036	L
K_1	165.555	$\tau + s$	15.041069	L+S
Halbtägige Wellen ($m = 2$)				
N_2	245.655	$2\tau - (s - p)$	28.439730	L
M_2	255.555	2τ	28.984104	L
S_2	273.555	$2(\tau + s - h)$	30.000000	S
K_2	275.555	$2(\tau + s)$	30.082137	L+S

Für die ozeanographische Ozeangezeitenmodellierung sind die Gezeitenamplituden ξ_i und –phasen δ_i für alle Beobachtungspunkte P_i gemessen. Berechnet werden daraus über hydrodynamische Interpolation die Amplituden ξ_G und Phasen δ_G der 11 Ozeantiden für die Punkte eines gleichmäßigen, über die Erdoberfläche gespannten, Gitters. Bei SCHWIDERSKI beträgt die Maschenweite des Gitters $1^\circ \times 1^\circ$. Durch eine Kugelfunktionsentwicklung der globalen Gitterwerte ist es schließlich möglich, die Amplituden $D_{lm,s}^\pm$ und Phasen $\varepsilon_{lm,s}^\pm$ in obigen Darstellungen zu ermitteln.

3.5 Theorie der Admittanz (nach MARSH ET AL., 1987)

Zwar modellierte SCHWIDERSKI oben genannte 11 Haupttiden (*major tides*), welche ca. 95% der totalen Ozeangezeitenamplituden an einem beliebigen Punkt erklären, jedoch repräsentieren sie nicht das gesamte Gezeiten-Frequenzspektrum, welches beispielsweise auf die Satellitenbewegung wirkt [CASOTTO, 1989]. Zur umfassenden Reduktion ozeangezeitenbedingter Einflüsse soll im folgenden das Ziel sein, aus über Ozeangezeitenmodelle modellierten sogenannten Haupttiden des weiteren Nebentiden (*minor tides*) abzuleiten, welche im Falle von SCHWIDERSKI nicht mit Hilfe der ozeanographischen Daten entwickelt sind. Aufgrund der Bahnkopplung zwischen Satellitenbewegung und der Bewegung des Störkörpers haben viele dieser Nebentiden signifikanten Einfluss auf die Satellitenbahn. Dies gilt vor allem für die zahlreichen Tiden in den Frequenzbereichen unmittelbar neben den Haupttiden, welche im Vergleich zu den letztgenannten typischerweise Amplituden von ca. 10% der Größe der jeweiligen Haupttide aufweisen können. Hinsichtlich des Störeinflusses der Ozeangezeiten auf eine Satellitenbahn dürfen diese Frequenzen nicht gänzlich vernachlässigt werden. So wurde ein Algorithmus entwickelt, welcher erlaubt, Nebentiden aus Haupttiden zu berechnen. Dabei ist ein solches Vorgehen auch bezüglich der modernen Ozeangezeitenmodelle für die Berechnung von Nebentiden üblich, da zum einen die numerische Lösung der LTEs für Nebentiden rechentechnisch äußerst intensiv ist, zum anderen die Trennung von Haupt- und Nebentiden aus Beobachtungen nicht gelingt. Das angewandte Verfahren ist die Theorie der Admittanz.

Der Ansatz zur Herleitung der Größe Admittanz bildet das gezeitengenerierende Potential (Grad $l = 2$) einer einzelnen Konstituenten s in der komplexen Form

$$\Gamma_s^* = g_E \eta_s P_{2m}(\sin \varphi) e^{i(\omega_s t + \chi + m\lambda)} = g_E \eta_s P_{2m}(\sin \varphi) e^{i(\omega_s t + \chi)} e^{im\lambda} \quad (3.38)$$

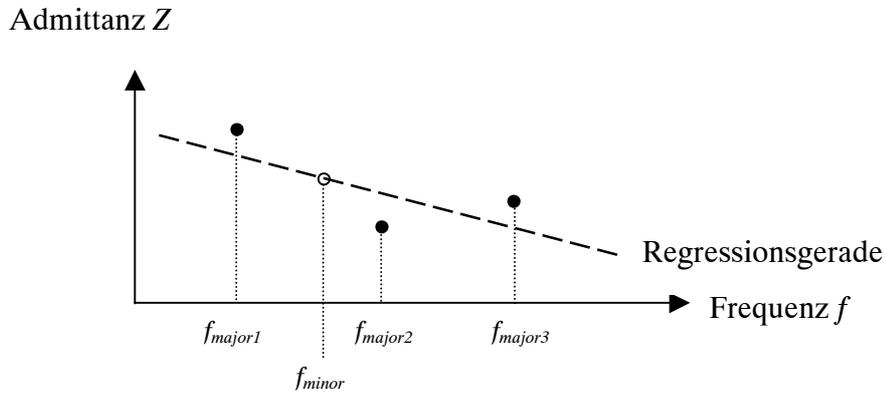
Darin bezeichnet g_E die Gravitationsbeschleunigung an der Erdoberfläche, η_s die bekannte Amplitude der s entsprechenden Gleichgewichtstide, ω_s die Frequenz der Konstituenten und χ die konstante DOODSON-WARTBURG-Phasenkorrektur gemäß (3.18). Die Reaktion auf das Störpotential (3.38) besteht in der Tidenhöhe (vgl. Formel (3.17))

$$\xi_s^* = \xi_s(\lambda, \varphi) e^{i(\omega_s t + \chi - \delta_s(\lambda, \varphi))} = \xi_s(\lambda, \varphi) e^{i(\omega_s t + \chi)} e^{-i\delta_s(\lambda, \varphi)} \quad (3.39)$$

mit der Amplitude $\xi_s(\lambda, \varphi)$ und Phase $\delta_s(\lambda, \varphi)$. Die Admittanz Z setzt das komplexe Inputsignal (3.38) mit dem komplexen Outputsignal (3.39) in Beziehung gemäß

$$Z_s(\lambda, \varphi) = \frac{\xi_s^*}{\Gamma_s^*} = \frac{\xi_s(\lambda, \varphi)}{g_E \eta_s P_{2m}(\sin \varphi)} e^{-i(\delta_s(\lambda, \varphi) + m\lambda)}. \quad (3.40)$$

Da die Frequenzen jeglicher Konstituenten bekannt sind, wird aus der Admittanz bekannter Haupttiden über deren Frequenzen f_{major} und die Frequenzen f_{minor} der Nebentiden die Admittanz eben letzterer linear interpoliert. Man veranschauliche sich dies anhand von Figur 3.1.



Figur 3.1: lineare Interpolation der Admittanz

Wie leicht zu sehen ist, gilt die Admittanzfunktion (3.40) für jeweils genau eine bestimmte Konstituente s . Die Funktionen $Z_s(\lambda, \varphi)$ können leicht für die bekannten Haupttiden berechnet werden. Danach erfolgt die Interpolation der Admittanz für beliebige Nebentiden. Sind diese wiederum bekannt, so folgt mit

$$\xi_s^* = Z_s(\lambda, \varphi) \Gamma_s^* \quad (3.41)$$

bzw. dem Realteil

$$\xi_s = \text{Re} [Z_s(\lambda, \varphi) \Gamma_s^*] \quad (3.42)$$

direkt die Tidenhöhe der Nebentide in der Form (3.39), welche nur noch in Amplitude und Phase aufgespalten werden muss. Im allgemeinen wird die Theorie der Admittanz (Bestimmung von Nebentiden aus Haupttiden) für das langperiodische, eintägige und halbtägige Band getrennt vorgenommen, damit eine kleinere Frequenzspanne entsteht und

damit die Regressionsgerade nicht zu sehr verzerrt wird. Somit kann die Annahme der Admittanz als (lokale) lineare Funktion der Frequenz aufrecht erhalten bleiben. Da das langperiodische Frequenzband eine weit größere Spanne umfasst im Vergleich zum eintägigen oder halbtägigen Band, eine weitere Segmentierung jedoch normalerweise nicht möglich ist (beispielsweise liegen bei SCHWIDERSKI in diesem Bereich nur drei Haupttiden vor), ist hier der lineare Ansatz fraglich. Um womöglichen Interpolationsfehlern entgegenzukommen, sollte eine Polynominterpolation in Betracht gezogen werden.

Die in Figur 3.1 dargestellte Regressionsgerade wird über eine gewichtete Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen berechnet, worin die Fehler der Amplituden σ_{ξ_s} und Phasen σ_{δ_s} der Haupttiden aus der Modellierung dieser Konstituenten (und anschließenden Bestimmung der Gezeitenparameter in Form der Ausgleichungsrechnung) bekannt sind.

Aus den so (beliebig vielen) erhaltenen Nebentiden können anschließend über eine lineare (Bahn)Störungsrechnung jene Tiden isoliert werden, welche hinsichtlich des Störeinflusses auf die Satellitenbahn Berücksichtigung finden müssen. Danach erfolgt die Umrechnung der so sondierten Frequenzen in Amplitude und Phase, woraus letztendlich Modelle der einzelnen Tiden in Form von Kugelfunktionsentwicklungen aufgestellt werden (analog zum Vorgehen der Haupttiden). Infolge der raschen Abnahme des Störeinflusses mit der Höhe sind die meisten erdnahen Satelliten nicht mehr sensitiv für Ozeangezeitenterme, welche über den Grad $l = 6$ der Kugelfunktionsentwicklung der einzelnen Tide hinausgeht.

Beim Vergleich von satellitengestützten (dynamischen) und ozeanographischen Ozeangezeitenlösungen tritt eine unangenehme Schwierigkeit auf. In den Beobachtungen sind neben den modellierten Effekten zusätzlich Frequenzen enthalten, welche aus atmosphärischen Gezeiten rühren sowie aus periodischen Effekten, die nicht auf die Gezeiten zurückzuführen sind, wohl aber dem Gezeitensignal zugeordnet sind. Um diese Frequenzen, die ungünstiger Weise im nahen Bereich der Gezeitenfrequenzen liegen, getrennt behandeln zu können, sollten geophysikalische Modelle dieser Einflüsse bekannt sein. So ist beispielsweise die S_2 -Tide (vergleiche Kapitel 3.6) stark beeinflusst vom sich während des Tages verändernden Druck (dieser periodische Effekt rührt aus der Sonneneinstrahlung). Einen noch größeren Effekt haben saisonale klimatische Effekte, welche mit der S_{sa} -Welle korrelieren. Diese teilweise unmodellierten, nicht auf die Gezeiten zurückführenden, Einflüsse sind sehr wohl signifikant im Vergleich satellitengestützter Ozeangezeitenmodelle mit ozeanographischen Modellen.

3.6 Atmosphärengezeiten

Die bei weitem dominierende Atmosphärentide ist die halbtägige S_2 -Tide (herrührend aus thermischen Effekten infolge der Sonneneinstrahlung), der hauptsächliche Term ist dieser von Grad und Ordnung zwei. Die entsprechende Amplitude $D_{22,A}^+$ und Phase $\varepsilon_{22,A}^+$ sind in (3.43) gegeben. Dabei ist zu bemerken, dass 1mbar Differenz des Drucks einer Wasserhöhendifferenz von 0.995cm entspricht [DOW, 1988], womit sich der metrische Wert in (3.43) erklärt:

$$\begin{aligned} D_{22,A}^+ &= 0.352mbar \hat{=} 0.350cm, \\ \varepsilon_{22,A}^+ &= 158^\circ \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon_{22,A}^+ = -68^\circ. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Oder ausgedrückt als Verbesserungen der Koeffizienten der Kugelfunktionsentwicklung der S_2 -Tide (vgl. Formel (3.22)) gilt

$$C_{22,A}^+ = 0.1311, \quad S_{22,A}^+ = -0.3245 \quad (3.44)$$

und weiter

$$\begin{aligned} S_2 : \quad C_{22,S_2}^+ &= C_{22,s}^+ + C_{22,A}^+, & S_{22,S_2}^+ &= S_{22,s}^+ + S_{22,A}^+, \\ S_2 : \quad D_{22,S_2}^+ &= D_{22,s}^+ + D_{22,A}^+, & \varepsilon_{22,S_2}^+ &= \varepsilon_{22,s}^+ + \varepsilon_{22,A}^+. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Die retrograden Wellen erhalten keine Zuschläge. Innerhalb des Ozeangezeitenmodells von SCHWIDERSKI können die Ozeangezeiten und Atmosphärengezeiten nicht voneinander getrennt werden, da die zugrunde liegenden Beobachtungen (Pegelmessungen) die untrennbare Summe der beiden Effekte enthalten. Beim Vergleich von satellitengestützten Ozeangezeitenmodellen mit dem Modell nach SCHWIDERSKI ist deshalb immer darauf zu achten, die Korrekturen (3.44) infolge der Atmosphärengezeiten an die entsprechenden Koeffizienten der S_2 -Tide anzubringen, wenn die Atmosphärengezeiten bei der Bahnintegration rechnerisch gemäß (3.43) berücksichtigt wurden.

4 Spektrum der gezeiteninduzierten Satellitenbahnstörungen

Wiewohl die Integration der Satellitenbahnen auf numerischen Wege erfolgt, können über den analytischen Lösungsweg die Bahnstörungen infolge der Störkräfte (Gezeitenkräfte) klassifiziert werden, was im Folgenden geschehen soll. Gesucht sind dabei Bahnstörungen infolge der Gezeiten der festen Erde, der Ozeangezeiten und der Atmosphärengzeiten.

4.1 Analytische Satellitenbahntheorie (nach KAULA, 1966)

KAULA (1966) gelang als Erstem eine umfassende Beschreibung der Wirkung von Erdgezeiten auf erdnahe Satellitenbahnen. LAMBECK ET AL. (1974) erweiterte diese Kenntnisse um den wichtigen Beitrag der Ozeangezeiten, welche eine weit komplexere Modellierung verlangen. Die meisten anfänglichen Analysen zur Bestimmung der Gezeitenparameter aus Bahnstörungen stützten sich auf die langperiodischen Bahnstörungen in den mittleren Keplerelementen der Satellitenbahnen, die von Gezeiten mit Perioden von $1d$ und $\frac{1}{2}d$ hervorgerufen werden. Meist standen die Inklination und das Argument des aufsteigenden Bahnknotens im Vordergrund, da diese beiden Elemente sehr starke gezeitenbedingte Signale aufweisen.

In der idealisierten Vorstellung bewegen sich Satelliten auf KEPLERbahnen um die Erde. Da die Erde jedoch kein gravitatives Zentralfeld aufweist, werden diese Bahnen gestört. Man spricht deshalb von gestörten KEPLERbahnen. Das externe Gravitationspotential der Erde hat nach Lösung der LAPLACE-Gleichung $\Delta U = 0$ über den Separationsansatz die Form

$$U(r, \lambda, \varphi) = \frac{Gm_E}{R_E} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_E}{r_E} \right)^{l+1} \bar{P}_l(\sin \varphi) [\bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \bar{S}_{lm} \sin m\lambda]. \quad (4.1)$$

Der Term $l = m = 0$ entspricht dem Potential U_0 einer Punktmasse; die Terme vom Grad $l = 1$ verschwinden mit der Definition des Koordinatenursprungs im Massenzentrum der Erde. Die Terme ab Grad $l = 2$ beschreiben die Abweichung des Erdgravitationsfeldes von einem Zentralfeld. Sie werden im folgenden als Störpotential dU bezeichnet:

$$U(r, \lambda, \varphi) = U_0(r) + dU(r, \lambda, \varphi) = \frac{Gm_E}{r_E} + \frac{Gm_E}{R_E} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_E}{r_E} \right)^{l+1} \bar{P}_l(\sin \varphi) [\bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \bar{S}_{lm} \sin m\lambda]. \quad (4.2)$$

Die LAGRANGESchen Bahngleichungen (LAGRANGESche Störungsgleichungen) beschreiben die Änderung der KEPLERELEMENTE einer Satellitenbahn infolge des Störpotentials dU (dieses Vorgehen ist deshalb möglich, weil wie in (4.1) gesehen, das externe Erdgravitationsfeld von einem Zentralfeld dominiert wird, welchem jedoch ein Störpotential auferlegt ist). Zunächst

sollen die sechs KEPLERelemente genannt werden. Deren Herleitung basiert auf der Integration der ungestörten Bewegungsgleichungen (KEPLERproblem) unter Annahme eines Zentralfeldes ohne weitere Störeinflüsse. Daraus resultieren sechs Parameter, die eine ungestörte Satellitenbahn (Bahnellipse) eindeutig beschreiben:

a große Halbachse der Satellitenbahn

e Exzentrizität der Satellitenbahn

Diese beiden Parameter beschreiben die Form der Bahnellipse.

i Inklination (bezüglich der Äquatorebene)

Ω Rektaszension der Aufsteigenden Knotens

Diese beiden Parameter beschreiben die Lage der Bahnebene.

ω Argument des Perigäums

Dieser Parameter beschreibt die Lage der Bahnellipse in der Bahnebene.

M mittlere Anomalie

Dieser Parameter beschreibt die Lage des Satelliten in der Bahnellipse.

In der Realität wirken auf den Satelliten außer der angenommenen Zentralkraft aus der Erdgravitation noch weitere Kräfte ein. Die bedeutendsten Störkräfte sind:

- Abweichung der Erde von einer homogenen Kugel (Abplattung: \bar{C}_{20} -Term, Terme höheren Grades und höherer Ordnung),
- konstante Gravitationswirkung von Sonne und Mond (permanente Gezeiten),
- Gezeiten der festen Erde,
- Ozeangezeiten (und Atmosphärengzeiten),
- Strahlungsdruck der Sonne,
- Strahlungsdruck der Erde,
- Atmosphärenreibung (für niedrigfliegende Satelliten).

Tabelle 4.1: Auswirkung von Störkräften auf Satellitenbahnen [KANG, 1998]

	Beschleunigung (m/s^2)	
	GPS	TOPEX/Poseidon
Zentralkraft	0.56	6.7
Abplattung	$5 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-3}$
Terme höheren Grades / höherer Ordnung	$3 \cdot 10^{-7}$	$9 \cdot 10^{-5}$
permanente Gravitationswirkung des Mondes	$5 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-7}$
permanente Gravitationswirkung der Sonne	$2 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-7}$
Gezeiten der festen Erde	$2 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-7}$
Ozeangezeiten (und Atmosphärengzeiten)	$5 \cdot 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{-8}$
Strahlungsdruck der Sonne	$1 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-8}$
Strahlungsdruck der Erde	-	$8 \cdot 10^{-9}$
Atmosphärenreibung	-	$4 \cdot 10^{-10}$

Um die Auswirkung der Störkräfte auf Satellitenbahnen abschätzen zu können ist in Tabelle 4.1 deren Auswirkung auf GPS-Satellitenbahnen (Flughöhe 20000km) und die Bahn des TOPEX/Poseidon Satelliten (Flughöhe 1336km) angegeben.

Zur Integration der gestörten Bewegungsgleichungen (gestörtes KEPLERproblem) werden die Störkräfte im Störvektor $\mathbf{F}(\mathbf{x}(t), t)$ zusammengefasst, worin $\mathbf{x}(t)$ den Ort des Satelliten bezeichnet. Offensichtlich hängen Betrag und Richtung der Störkräfte vom Ort des Satelliten ab. Dieser will ja aber gerade als Funktion der Zeit erst noch berechnet werden. Dieses Bewegungsproblem wird so gelöst, dass die Integrationskonstanten des ungestörten Problems als Funktionen der Zeit betrachtet werden. Dann lautet die Formulierung des gestörten Problems

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= \mathbf{x}(t; a(t), e(t), i(t), \Omega(t), \omega(t), M(t)), \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= \dot{\mathbf{x}}(t; a(t), e(t), i(t), \Omega(t), \omega(t), M(t)),\end{aligned}\tag{4.3}$$

im Vergleich zur ungestörten Bahn: $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t; a, e, i, \Omega, \omega, M)$ bzw. $\dot{\mathbf{x}}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t; a, e, i, \Omega, \omega, M)$. Dabei müssen Ausdrücke für die zeitveränderlichen Bahnparameter gefunden werden. Oben genannte Störungen werden damit als Abweichungen zwischen den KEPLERelementen zu einer Startepoche und dem jeweils betrachteten Zeitpunkt angesehen. Diese zeitabhängige Betrachtung führt auf sogenannte oskulierende Keplerelemente. Der Satellit befindet sich dabei zu jedem Zeitpunkt auf einer anderen oskulierenden Bahn. Die tatsächliche Satellitenbahn ist die Einhüllende der oskulierenden Bahnen. Zunächst muss folglich ein Zusammenhang zwischen den Störkräften und den zeitlichen Änderungen der Bahnelemente gefunden werden. Diesen Zusammenhang liefern für konservative Störkräfte die LAGRANGESchen Störungsgleichungen (jedoch versagen die LAGRANGESchen Störungsgleichungen für einen Satellit in oder nahe der Äquatorebene ($i \approx 0$); in diesem Falle sind anstatt von KEPLERelemente beispielsweise die DELAUNAY-Elemente zu verwenden). Für konservative Störfelder – wie im Falle des Gravitationspotentials und des Potentials der Erdzeiten bzw. Ozeangezeiten vorliegend – lassen sich die LAGRANGESchen Bahngleichungen wie folgt formulieren [DOW, 1988]:

$$\begin{aligned}\frac{da}{dt} &= \frac{2}{na} \frac{\partial dU}{\partial M}, \\ \frac{de}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2 e} \left\{ \sqrt{1-e^2} \frac{\partial dU}{\partial M} - \frac{\partial dU}{\partial \omega} \right\}, \\ \frac{di}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \left\{ \cos i \frac{\partial dU}{\partial \omega} - \frac{\partial dU}{\partial \Omega} \right\}, \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{na^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial dU}{\partial i},\end{aligned}\tag{4.4}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}} \left\{ \frac{1-e^2}{e} \frac{\partial dU}{\partial e} - \cot i \frac{\partial dU}{\partial i} \right\},$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{dU}{\partial e} - \frac{2}{na} \frac{\partial dU}{\partial a},$$

mit der mittleren Winkelgeschwindigkeit

$$n = \sqrt{\frac{Gm_E}{a^3}}. \quad (4.5)$$

Ein interessantes Beispiel der Störungsrechnung ist der Einfluss der Abplattung (Term $l=2, m=0$) auf die Änderung der Bahnelemente, da die hauptsächliche Bahnstörung eines erdnahen Satelliten normalerweise aus eben der Abplattung der Erde resultiert. Das zugehörige Störpotential lautet

$$dU_{l=2,m=0} = Gm_E \frac{R_E^2}{r_E^3} \bar{P}_{20}(\sin \varphi) \bar{C}_{20}. \quad (4.6)$$

Die Störungsgleichungen liefern in diesem Falle [Dow, 1988]

$$\frac{da}{dt} = \frac{de}{dt} = \frac{di}{dt} = 0, \quad (4.7)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}_0 = \frac{3}{4} n C_{20} \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 \frac{1-5\cos^2 i}{(1-e^2)^2} = const ,$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \dot{\Omega}_0 = \frac{3}{2} n C_{20} \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 \frac{\cos^2 i}{(1-e^2)^2} = const , \quad (4.8)$$

$$\frac{dM}{dt} = \dot{M}_0 = n - \frac{3}{4} n C_{20} \left(\frac{R_E}{a} \right)^2 \frac{3\cos^2 i - 1}{(1-e^2)^{3/2}} = const .$$

Wie in (4.8) zu erkennen ist, hat die Erdabplattung eine säkulare Änderungen des Argument des Perigäums (Verlagerung der Apsidenlinie), des aufsteigenden Knotens (Präzession der Knotenlinie) sowie der mittleren Anomalie (Änderung der mittleren Bewegung) zur Folge.

4.2 KAULAS Transformation

Um die partiellen Ableitungen in (4.4) ausführen zu können, muss das Störpotential dU als Funktion der Bahnelemente ausgedrückt werden. KAULAS Transformation

$$\left(\frac{1}{r_E}\right)^{l+1} \bar{P}_m(\sin \varphi) e^{im\lambda} = \left(\frac{1}{a}\right)^{l+1} \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} F_{lmp}(i) G_{lpq}(e) e^{i\psi_{lmpq}} \quad (4.9)$$

erlaubt den Übergang von Ausdruck (4.1) als Funktion der KEPLERELEMENTE. Die Inklinationsfunktion $F_{lmp}(i)$ und die Exzentrizitätsfunktion $G_{lpq}(e)$ sind in [KAULA, 1966] beschrieben (es ist dabei anzumerken, dass $G_{lpq}(e) \sim e^{|q|}$; das heißt für kleine Exzentrizitäten kann die Summation über q sehr schnell abgebrochen werden). Der Winkel ψ_{lmpq} ist definiert als

$$\psi_{lmpq} = (l - 2p)\omega + (l - 2p + q)M + m(\Omega - \Theta) + \pi_{lm}, \quad (4.10)$$

mit der mittlere Sternzeit Greenwich Θ und der Phasenkorrektur

$$\pi_{lm} = -\frac{\pi}{2} \text{mod}(l + m, 2). \quad (4.11)$$

Die Anwendung von KAULAS Transformation auf das externe Erdgravitationspotential (4.1) bringt damit

$$U(a, e, i, \omega, \Omega, M) = \frac{Gm_E}{R_E^2} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left(\frac{R_E}{a}\right)^{l+1} F_{lmp}(i) G_{lpq}(e) S_{lmpq}(\omega, M, \Omega, \Theta), \quad (4.12)$$

wobei

$$S_{lmpq}(\omega, M, \Omega, \Theta) = \begin{bmatrix} C_{lm} \\ -S_{lm} \end{bmatrix} \cos \psi_{lmpq} + \begin{bmatrix} S_{lm} \\ C_{lm} \end{bmatrix} \sin \psi_{lmpq} \quad \begin{matrix} \begin{bmatrix} l - m \\ l - m \end{bmatrix} & \text{gerade} \\ \begin{bmatrix} l - m \\ l - m \end{bmatrix} & \text{ungerade} \end{matrix} \quad (4.13)$$

und

$$\psi_{lmpq} = (l - 2p)\omega + (l - 2p + q)M + m(\Omega - \Theta). \quad (4.14)$$

4.3 Störungen infolge der Gezeiten der festen Erde

Durch einen Vergleich des Deformationspotentials der festen Erde (3.1) mit dem externen Erdgravitationspotential in Abhängigkeit der Bahnelemente in (4.12) lautet das Störpotential infolge der Gezeiten der festen Erde

$$\Delta U(a, e, i, \omega, \Omega, M) = \frac{Gm_E}{R_E^2} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left(\frac{R_E}{a} \right)^{l+1} F_{lmp}(i) G_{lpq}(e) S_{lmpq}(\omega, M, \Omega, \Theta) \quad (4.15)$$

mit

$$S_{lmpq}(\omega, M, \Omega, \Theta) = A_{lm} \sum_s k_{l,s} H_{lm,s} \cos(\theta_s + \psi_{lmpq}) \quad (4.16)$$

und

$$A_{lm} = (-1)^m \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}}. \quad (4.17)$$

4.31 Störungen 1.Ordnung

Da nun das Störpotential als Funktion der Bahnelemente vorliegt, können die LAGRANGESchen Störungsgleichungen (4.4) durch Integration über die Zeit gelöst werden, woraus direkt die Störungen der Elemente resultieren: $\Delta a_1, \Delta e_1, \Delta i_1, \Delta \omega_1, \Delta \Omega_1, \Delta M_1$. Für die analytische Darstellung sei auf [DOW, 1988 S.38ff] verwiesen. Wichtig zu erwähnen hingegen ist, dass sich die Störungen 1.Ordnung umgekehrt proportional zu den Frequenzen $\dot{\theta}_s + \dot{\psi}_{lmpq}$ verhalten, das heißt, es gilt

$$\Delta a_1, \Delta e_1, \Delta i_1, \Delta \omega_1, \Delta \Omega_1, \Delta M_1 \sim \frac{1}{\dot{\theta}_s + \dot{\psi}_{lmpq}}. \quad (4.18)$$

4.32 Störungen 2.Ordnung

Aufgrund der säkularen Änderung der Elemente ω, Ω, M in (4.8) ergeben sich die Störungen 2.Ordnung $\Delta \omega_2, \Delta \Omega_2, \Delta M_2$ dieser drei Elemente als Funktion der Störungen 1.Ordnung zu

$$\Delta p_2 = \int \left(\frac{\partial \dot{p}_0}{\partial a} \Delta a_1 + \frac{\partial \dot{p}_0}{\partial e} \Delta e_1 + \frac{\partial \dot{p}_0}{\partial i} \Delta i_1 \right) dt, \quad \dot{p}_0 = \frac{\partial p}{\partial t}, \quad p = \omega, \Omega, M. \quad (4.19)$$

Die Störungen 2.Ordnung verhalten sich umgekehrt proportional zum Quadrat der Frequenzen $\dot{\theta}_s + \dot{\psi}_{lmpq}$, folglich

$$\Delta \omega_2, \Delta \Omega_2, \Delta M_2 \sim \frac{1}{\left(\dot{\theta}_s + \dot{\psi}_{lmpq} \right)^2}. \quad (4.20)$$

Schließlich wird noch die Störung 2.Ordnung der mittleren Anomalie ΔM_3 infolge der Störung 1.Ordnung auf die große Halbachse berücksichtigt mit

$$\Delta M_3 = -\frac{3n}{2a} \int \Delta a_1 dt, \quad \Delta M_3 \sim \frac{1}{\dot{\theta}_s + \dot{\psi}_{lmpq}}. \quad (4.21)$$

An den Proportionalitäten der einzelnen Störungen ist erkenntlich, dass für bestimmte Frequenzen (kleine Frequenzen, nahe der Resonanz) die Störungen 2.Ordnung größer werden können als diese der 1.Ordnung. Zusammengefasst werden die Störungen auf die Bahnelemente infolge der Gezeiten der festen Erde zu

$$\begin{aligned} \Delta a &= \Delta a_1, \\ \Delta e &= \Delta e_1, \\ \Delta i &= \Delta i_1, \\ \Delta \omega &= \Delta \omega_1 + \Delta \omega_2, \\ \Delta \Omega &= \Delta \Omega_1 + \Delta \Omega_2, \\ \Delta M &= \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3. \end{aligned} \quad (4.22)$$

4.4 Störspektrum der Gezeiten der festen Erde

Die Frequenzen der Störungen infolge der Gezeiten der festen Erde lauten

$$\dot{\theta}_s + \dot{\psi}_{lmpq} = \dot{\theta}_s + (l - 2p)\dot{\omega} + (l - 2p + q)\dot{M} + m(\dot{\Omega} - \dot{\Theta}). \quad (4.23)$$

Sie sind eine Linearkombination der Frequenzen $\dot{\theta}_s$ des astronomischen Arguments, der säkularen Änderungsraten in den Parametern $\dot{\omega}, \dot{\Omega}, \dot{M}$ und der Erdrotation $\dot{\Theta}$. Im Folgenden werden die verschiedenen Arten von Bahnstörungen beschrieben.

a) langperiodische Störungen

Man versteht darunter Bahnstörungen mit einer Periode größer als 1 Tag ($1d$). Für die Hauptfrequenzen (bzw. die größten Amplituden) der Störungen muss aufgrund (4.18) und der Tatsache, dass $\dot{\omega}, \dot{\Omega} \ll \dot{M}, \dot{\Theta}$

$$l - 2p + q = 0 \quad (4.24)$$

gelten. \dot{M} hat die Periodendauer eines Satellitenumlaufs, $\dot{\Theta}$ ist die Frequenz der Greenwicher Sternzeit, die Periodendauer beträgt somit $1d$. Weiter sind die Störungen 1.Ordnung Δp_1 in den Elementen $p = \{a, e, i, \omega, \Omega, M\}$ proportional zu $e^{|q|}$, das heißt

$$\Delta p_1 \sim e^{|q|}, \quad (4.25)$$

worin e wiederum die Exzentrizität bezeichnet. Diese liegt für erdnahe Satellitenbahnen im Bereich von ca. 10^{-3} , so dass im allgemeinen eine Betrachtung von $q = \{0,1\}$ ausreicht. Neben Bedingung (4.24) muss somit für maximale Störungen im langperiodischen Bereich weiterhin

$$q = 0 \quad (4.26)$$

gesetzt werden. Die Hauptfrequenzen ν_s der langperiodischen Störungen haben somit die Form

$$\nu_s = \dot{\theta}_s + \psi_{lmpq} = \dot{\theta}_s + m(\dot{\Omega} - \dot{\Theta}). \quad (4.27)$$

Weiter ist

$$\dot{\theta}_s = \sum_{i=1}^6 d_{i,s} f_i \quad (4.28)$$

(man vergleiche mit (2.21) und (2.15)). Für langperiodische Störungen wird mit $d_{1,s} = m$ (m ist die Ordnung der Kugelfunktionsentwicklung der Welle s ; $d_{1,s} = 0,1,2$):

$$\nu_s = \dot{\theta}_s + d_{1,s}(\dot{\Omega} - \dot{\Theta}). \quad (4.29)$$

Spezialfälle hiervon ergeben sich für die K_1 - und K_2 -Tide. Für diese ist $\dot{\theta}_{K_1} = \dot{\Theta}$ bzw. $\dot{\theta}_{K_2} = 2\dot{\Theta}$ und damit $\nu_{K_1} = \dot{\Omega}$ und $\nu_{K_2} = 2\dot{\Omega}$.

Die langperiodischen Störungen verursachen keine Störungen in der großen Halbachse und der Exzentrizität, somit $\Delta a = \Delta e = 0$. Dies ergibt sich direkt durch die Beachtung der Bedingungen (4.24) und (4.26) in den Ausdrücken für die Störungen der beiden Bahnelemente. Letztere haben nämlich die Form

$$\begin{aligned} \Delta a_1 &= (l - 2p + q) \{ \cdot \}, \\ \Delta e_1 &= \left[(l - 2p + q) \sqrt{1 - e^2} - (l - 2p) \right] \{ \cdot \}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Neben den Hauptfrequenzen der Störungen mit $q = 0$ in (4.24) sind weiterhin die Nebenfrequenzen im Falle

$$q = \pm 1 \quad (4.31)$$

zu berücksichtigen, wobei (4.24) weiter gilt. Mit (4.31) wird direkt

$$l - 2p = \mp 1 \quad (4.32)$$

und daraus nach (4.23)

$$\nu_{s,q=\pm 1} = \nu_s \mp \dot{\omega}. \quad (4.33)$$

Das heißt die langperiodischen Nebenstörungen $\nu_{s,q=\pm 1}$ sind symmetrisch zur jeweiligen Hauptstörung ν_s ; die Amplitude ist jedoch um den Faktor e kleiner, da $\Delta p_1 \sim e^{|q|}$.

b) kurzperiodische Störungen

Hierunter fallen Störungen mit der Periode eines Bruchteils m eines Tages sowie Störungen im Bereich eines Bruchteils eines Satellitenumlaufs. Die erst genannten – sogenannte m -tägige – Störungen treten dann auf, wenn

$$\begin{aligned} l - 2p + q &= 0, \\ m &\neq d_{1,s} \end{aligned} \quad (4.34)$$

gilt. Für die Störungen mit der Periode eines Bruchteils eines Satellitenumlaufs ist

$$l - 2p + q \neq 0 \quad (4.35)$$

c) resonante Störungen

Von resonanten Störungen spricht man, wenn

$$\dot{\theta}_s + \psi_{lmpq} = 0 \quad (4.36)$$

erfüllt ist. In diesem Falle verursachen die Gezeitenstörungen konstante Änderungen in den Elementen:

$$\frac{da}{dt} = \frac{de}{dt} = 0, \quad \frac{di}{dt} = \text{const}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \text{const}, \quad \frac{d\Omega}{dt} = \text{const}, \quad \frac{dM}{dt} = \text{const}. \quad (4.37)$$

Die Bahnelemente ändern sich somit linear in der Zeit.

4.5 Störungen infolge der Ozeangezeiten

Durch einen Vergleich des Ozeangezeitenpotentials (3.32) – das Ozeanauflastpotential ist in dieser Darstellung mit enthalten – mit dem externen Erdgravitationspotential in Abhängigkeit der Bahnelemente in (4.12) lautet das Störpotential infolge der Ozeangezeiten für eine Konstituente

$$\Delta U_s(a, e, i, \omega, \Omega, M) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{p=0}^l \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{+}^{-} A_{lm,s}^{\pm} \left(\frac{R_E}{a} \right)^{l+1} \times \quad (4.38)$$

$$\times F_{lmp}(i) G_{lpq}(e) \begin{bmatrix} \cos(\psi_{lmpq,s}^{\pm} \pm \theta_s \mp \varepsilon_{lm,s}^{\pm}) \\ \sin(\psi_{lmpq,s}^{\pm} \pm \theta_s \mp \varepsilon_{lm,s}^{\pm}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l-m & \text{gerade} \\ l-m & \text{ungerade} \end{bmatrix}$$

mit

$$A_{lm,s}^{\pm} = 4\pi G R_E \rho_w \frac{D_{lm,s}^{\pm}}{2l+1} (1 + k'_{l,s}), \quad (4.39)$$

$$\psi_{lmpq}^{\pm} = (l-2p)\omega + (l-2p+q)M + m(\Omega - \Theta). \quad (4.40)$$

Die Berechnung der Störungen 1. und 2.Ordnung für eine einzelne Tide geschieht analog zur Vorgehensweise bei den Gezeiten der festen Erde. Wieder wird

$$\begin{aligned} \Delta a &= \Delta a_1, \\ \Delta e &= \Delta e_1, \\ \Delta i &= \Delta i_1, \\ \Delta \omega &= \Delta \omega_1 + \Delta \omega_2, \\ \Delta \Omega &= \Delta \Omega_1 + \Delta \Omega_2, \\ \Delta M &= \Delta M_1 + \Delta M_2 + \Delta M_3. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Der entscheidende Unterschied zu der Betrachtung hinsichtlich der Gezeiten der festen Erde liegt in der beschränkten Anzahl der Tiden s (beispielsweise 11 Tiden bei SCHWIDERSKI), in der Unterscheidung in prograde ('+') und retrograde ('-') Wellen, sowie in der Phasenverschiebung $\varepsilon_{lm,s}^{\pm}$ in den obigen Argumenten.

4.6 Störspektrum der Ozeangezeiten

Die Frequenzen der Störungen infolge der Ozeangezeiten lauten

$$\dot{\psi}_{lmpq} \pm \dot{\theta}_s = (l-2p)\dot{\omega} + (l-2p+q)\dot{M} + m(\dot{\Omega} - \dot{\Theta}) \pm \dot{\theta}_s. \quad (4.42)$$

Im Vergleich mit Kapitel 4.4 wird ersichtlich, dass hier zunächst das gleiche Frequenzspektrum wie bei den Gezeiten der festen Erde vorliegt. Zusätzliche Störungen treten auf durch retrograde Wellen ($-\dot{\theta}_s$). Für langperiodische Störungen müssen nunmehr folgende Bedingungen erfüllt sein:

- i) prograde Wellen: $+\dot{\theta}_s$
- ii) $l - 2p + q = 0$
- iii) $m = d_{1,s}$

Bedingung i) besagt, dass ausschließlich prograde Konstituenten langperiodische Störungen hervorrufen können. Falls l gerade ist, so folgt aus ii) und der Bedingung $q = 0$ für maximale Störungen direkt $p = l/2$; andernfalls ist für l ungerade stets $q \neq 0$, womit sich die Störampplitude um den Faktor $e^{|q|}$ reduziert. Zur Ableitung der Hauptstörungen muss also l gerade sein. Zusätzlich nehmen jedoch die Amplituden der Störungen mit wachsendem Grad l ab aufgrund des Faktors

$$\left(\frac{R_E}{a}\right)^{l+1} \frac{1}{2l+1} \quad (4.43)$$

in (4.38). Die größten Störungen sind folglich für $l = 2$, $p = 1$ (und damit $q = 0$) zu erwarten. Die zugehörigen Argumente lauten

$$\psi_{2m10} + \dot{\theta}_s = d_{1,s}(\dot{\Omega} - \dot{\Theta}) + \dot{\theta}_s. \quad (4.44)$$

Ein Vergleich mit den Hauptstörungen infolge der Gezeiten der festen Erde lässt erkennen, dass es sich hier um die identischen Frequenzen handelt.

5 Ozeangezeitenmodellierung

5.1 Ozeangezeitenforschung

NEWTON (1687) formulierte die erste physikalische Erklärung der Gezeiten. Er führte die ‚Gleichgewichtstheorie der Gezeiten‘ ein, welche bis heute von großer Bedeutung ist. Dieser Theorie liegt die Annahme zugrunde, dass die gesamte Erdoberfläche von einem Ozean bedeckt ist und dieser unverzögert auf die Gezeitenkräfte reagiert. Die daraus resultierende sogenannte Gleichgewichtstide (*equilibrium tide*) ist definiert als die radiale Verschiebung eines Punktes an der Meeresoberfläche. LAPLACE formulierte im Jahre 1775 die LAPLACE-Gezeitengleichungen (LAPLACE Tidal Equations, LTEs). Auf Lord KELVIN (1868) geht die Einführung der sogenannten ‚harmonischen Analyse‘ in die Gezeitenforschung zurück. DARWIN (1882) analysierte Pegelmessungen von 14 weltweit verteilten Häfen und berechnete daraus erstmals Parameter der Gezeiten der festen Erde. Die beobachteten langperiodischen Amplituden waren jedoch nur $\frac{2}{3}$ so groß wie die theoretisch berechneten, was in der vertikalen Verschiebung des Meeresbodens (Auflasteffekt) mit den selben Frequenzen begründet liegt [ZAHN 2000]. DOODSON (1921) gelang die erste wirklich harmonische Entwicklung durch die Aufstellung der nach ihm benannten DOODSON Elemente mit 386 Einzeltiden. BAKER und LENNON (1976) [ZAHN 2000] erkannten, dass der Amplitudenfaktor δ (Verhältnis zwischen beobachteter und gemessener Amplitude der Partialtiden der Gezeiten der festen Erde für ein Gravimeter an der Erdoberfläche) sowie die Phasendifferenz φ (Differenz zwischen beobachteter und theoretischer Phase der Partialtiden in den Gezeiten der festen Erde) zwischen 1.13 und 1.31 bzw. 4.9° und 1.1° variiert. Für das Modell einer festen Erde sollte der Amplitudenfaktor bei 1.16 liegen, die Phasendifferenz 0.0° sein. Grund der Abweichungen von den zuletzt genannten Werten sind in den Effekten der Ozeanauflast zu finden.

Die Entwicklung realistischer globaler (und lokaler) Ozeangezeitenmodelle gründete zunächst auf zwei verschiedenen Methoden. Zum einen die empirische Vorgehensweise, bei der die Analyse einer Vielzahl von Tidenmessungen – registrierte Pegelbeobachtungen an Küstenlinien und auf Inseln, später durch Druckmessungen auch an Meeresbodenstationen auf offener See – vorgenommen wurde; zum anderen theoretische Methoden, unter welchen man die Integration der hydrodynamischen Gleichungen versteht. SCHWIDERSKI (1980) nun nahm die Kombination der empirischen und theoretischen Methode in Angriff. Seine Vorgehensweise wird allgemein als hydrodynamische Interpolationsmethode bezeichnet, da die (über 2000) empirischen Gezeitendaten der Beobachtungsstationen als Randwerte an den Aufzeichnungsstationen zur numerischen Lösung der dynamischen Gleichungen eingeführt werden. Das so entstandene Ozeangezeitenmodell wird bezeichnet mit SCHW80.

CARTWRIGHT und RAY (1990, 1991) legten die Grundlage zur Ableitung von Ozeangezeitenmodellen aus Altimeterdaten. Ausschlag hierzu gab die GEOSAT (GEOdetic

SATellite) Altimeter-Mission im Jahre 1985 (Start der Mission war der 12. März 1985, im Januar 1990 fand sie ihr Ende; die Flughöhe des Satelliten betrug 800km), welche erstmals die direkte Messung von Ozeanhöhen möglich machte. Aliasing-Probleme sowie nicht entfernte Bahnfehler des GEOSAT Satelliten ließen die Genauigkeit des abgeleiteten Ozeangezeitenmodells (meist mit CR91 bezeichnet) nicht über die der Ergebnisse von SCHWIDERSKI (1980) bringen [ZAHARAN 2000].

Im Jahre 1979 begann Die NASA (National Aeronautics and Space Administration) mit der Planung der sogenannten TOPEX Mission (Ocean Topography Experiment). Zeitgleich arbeitete der CNES (French Centre National d'Etudes Spatiales) an einer ähnlichen Mission mit dem nach dem griechischen Gott des Meeres benannten Namen Poseidon. Daraus entstand schließlich durch die Zusammenarbeit der beiden Institutionen die TOPEX/Poseidon (T/P) Mission. Der Satellit trägt ein Radaraltimeter der NASA und ein Laseraltimeter des CNES. Start des auf Altimetermessungen basierenden Projekts war der 10. August 1992. Seit diesem Zeitpunkt liefert der Satellit regelmäßig Daten über das Verhalten der Meeresoberfläche. Insgesamt erfasst der T/P Satellit die Meereshöhen von über 90% der weltweit eisfreien Ozeane mit einer zeitlichen Auflösung von 10 Tagen (Bahnwiederholungszyklus). Durch die nunmehr seit 10 Jahren erfolgreich laufende Mission ist es möglich, die Meeresoberfläche genauer als bis auf 5cm zu bestimmen. Die global gelieferten Daten überdecken den Bereich $66^\circ\text{S} \leq \varphi \leq 66^\circ\text{N}$ und werden von der NASA/JPL und dem CNES bereitgestellt. Die Flughöhe des Satelliten beträgt 1336km , die Inklination 66° . Die Bahn des T/P Satelliten wird bestimmt durch Lasermessungen und DORIS-Mikrowellendopplermessungen sowie auf experimenteller Basis mittels integriertem GPS-Empfänger.

Aufgrund des positiven Abschneidens der T/P Mission erfolgte am 7. Dezember 2001 die Folgemission Jason-1, ebenfalls unter Zusammenarbeit der NASA und des CNES. Die Bahn dieses Folgesatelliten entspricht der des T/P Satelliten, doch sollen verbesserte Sensoren die Genauigkeit der Meeresoberflächenbestimmung unter die $2,5\text{cm}$ Grenze bringen. Für das Jahr 2005 ist gar eine weitere Folgemission geplant mit dem Namen Ocean Surface Topography Mission (OSTM).

Die Bahn des T/P Satelliten wurde absichtlich zur optimalen Bestimmung der Ozeanhöhen gewählt. Verwirklicht sind genügend kleine Aliasing-Perioden in der Größenordnung von 60 Tagen der hauptsächlichsten Konstituenten. So beträgt beispielsweise die Aliasing-Periode der M_2 -Tide 62d, die der S_2 -Tide 59d. Dies impliziert, dass mindestens 3 Jahre an Daten bereitstehen müssen, um diese beiden Konstituenten trennen zu können (unter Verwendung der üblichen harmonischen Entwicklung der Konstituenten). Zusätzlich weist der T/P Satellit im Vergleich zum GEOSAT Satelliten sehr genau berechnete Orbits auf.

So ist seit der T/P-Altimetermission ein großer Fortschritt in der Modellierung globaler Ozeangezeiten zu verbuchen, während dieses Feld seit dem Modell nach SCHWIDERSKI (1980) über ein Jahrzehnt als weitgehend für erschöpft angesehen wurde. Seit 1994 entstanden über 20 globale Ozeangezeitenmodelle, meist auf der Grundlage der T/P Daten [ZAHARAN 2000]. Dabei beschränken sich die meisten der in den letzten Jahren erschienen

Ozeangezeitenmodelle auf die Bestimmung der sehr energiereichen kurzperiodischen Komponenten. Die dominierenden halbtägigen Wellen sind N_2, M_2, S_2, K_2 ; im eintägigen Bereich Q_1, P_1, O_1, K_1 . Wellen mit Perioden länger als einem Tag sind im allgemeinen klein und sehr schwer aus den kurzperiodischen Satelliten-Altimeter-Datensätzen zu extrahieren [ZAHARAN 2000]. Deshalb werden diese Wellen für gewöhnlich über hydrodynamische oder empirische Modelle berechnet (vgl. [LYARD, 1998]).

5.2 Hydrographische Ozeangezeitenmodellierung

Wenn auch heute nicht mehr praktische Anwendung findend, so soll an dieser Stelle zu allererst die Pionierarbeit in der Ozeangezeitenmodellierung von SCHWIDERSKI (1980) genannt werden. Auch heute noch wird das Modell SCHW80 oftmals als Vergleichsmodell zu den neueren, meist auf T/P Daten basierenden Modelle, herangezogen. SCHWIDERSKIS sogenannte hydrodynamische Interpolationsmethode stützt sich auf keinerlei Altimeterdaten. Die aus den LTE berechneten zeitunabhängigen Amplituden und Phasen der Ozeangezeitenwellen werden in einem globalen quadratischen Gitter der Auflösung $1^\circ \times 1^\circ$ bereitgestellt. SCHWIDERSKI modellierte die 11 Wellen $S_{sa}, M_n, M_f, Q_1, P_1, O_1, K_1, N_2, M_2, S_2, K_2$.

Die modernen hydrographischen Ozeangezeitenmodelle (entstanden nach 1994) können nach KANTHA (1995) in 3 Gruppen eingeteilt werden:

- Modelle, rein basierend auf der Analyse von Altimeterdaten.
Die grundlegende Arbeit in diesem Bereich leisteten CARTWRIGHT und RAY (1990, 1991) auf der Analyse von GEOSAT Daten. Zu dieser Gruppe zählt beispielsweise das Modell CSR3.0 [EANES, 1994] des Center of Space Research, Universität Texas. CSR3.0 bezeichnet die 3.Generation der CSR Ozeangezeitenmodelle aus der Analyse von T/P Altimeterdaten. Modelliert werden die Wellen $Q_1, P_1, O_1, K_1, M_2, S_2, N_2, K_2$; die Auflösung des quadratischen Gitters, in welchem die Amplituden und Phasen der einzelnen Wellen bereitgestellt werden, beträgt $0.5^\circ \times 0.5^\circ$. Außerhalb des Überdeckungsbereichs des T/P Satelliten wird das CSR3.0 Modell durch das Modell von CARTWRIGHT und RAY (CR91, 1991) im Bereich $66^\circ\text{N} \leq \varphi \leq 72^\circ\text{N}$ und durch das Modell von SCHWIDERSKI (SCHW80, 1980) im Bereich $\varphi > 72^\circ\text{N}$ global erweitert.
- Hydrodynamische Modelle.
Hierzu zählen die Grenoble FES (Finite Element Solution) Modelle [LE PROVOST ET AL., 1994]. Beim Ozeangezeitenmodell nach LE PROVOST ET AL. handelt es sich um ein finite Elemente hydrodynamisches Modell, welches ursprünglich total unabhängig von Altimetermessungen ist und auf der nichtlinearen Formulierung der LTEs basiert.

Insgesamt werden die acht Wellen $Q_1, O_1, K_1, M_2, S_2, N_2, K_2, 2N_2$ modelliert. Fünf weitere ($Mu_2, 2Nu_2, L_2, T_2, P_2$) kommen durch Admittanz hinzu. Zur numerischen Integration der nichtlinearen Gleichungen (transformiert vom Zeitbereich in den Frequenzbereich) wird die Technik der finiten Elemente angewandt. Bei der aktuellen Version FES95.2 handelt es sich um die 3.Generation des Grenoble Ozeangezeitenmodells. Es entstand durch die Ausgleichung der rein hydrodynamischen Vorgängerversion FES94.1 unter Assimilation der empirischen CSR2.0 Altimetrie-Lösung. Die räumliche Auflösung beträgt $0.5^\circ \times 0.5^\circ$.

- Kombination des hydrodynamischen Modells mit Altimeterdaten.

Die grundlegende Arbeit zu dieser Art von Modellen – die Arbeit von CARTWRIGHT und RAY (1990, 1991) – stützt sich rein auf die aus der Mission GEOSAT erhaltenen Altimeterdaten, das heisst ohne die hydrodynamischen Gleichungen nach LAPLACE (1775) zu berücksichtigen. Nach EGBERT ET AL. (1994) müssen Ozeangezeitenmodelle jedoch zwei verschiedene Arten von Informationen erfüllen. Zum einen sollten die Modelle globale Altimetermessungen zur Deckung bringen. Auf der anderen Seite sollten die von LAPLACE formulierten physikalischen Gesetze (hydrodynamische Gleichungen) nicht verletzt werden. Zur praktischen numerischen Berechnung werden die dynamischen Gleichungen oftmals approximiert und anschließend Korrekturen zur Berücksichtigung von Störeinflüssen angebracht. Dadurch wird in Kauf genommen, dass die dynamischen Prozesse durch die approximierte Form offensichtlich nicht exakt behandelt werden. So verbesserten EGBERT ET AL. (1994) das Vorgehen von CARTWRIGHT und RAY durch Aufstellung eines Ozeangezeitenmodells abgeleitet aus T/P Altimeterdaten und Berücksichtigung der dynamischen Gleichungen. Man spricht hierbei vom inversen Modell. Dabei besteht das inverse Problem darin, die in den LAPLACESchen Gezeitengleichungen (vgl. Formel (3.6)) unbekannt Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes $\dot{x}_1(\mathbf{x})$, $\dot{x}_2(\mathbf{x})$ sowie die Ozeantidenhöhe $\zeta(\mathbf{x})$ pro Welle s zu bestimmen. Diese drei Größen werden im Unbekanntenvektor $\mathbf{u}^s(\mathbf{x})$ zusammengefasst. \mathbf{x} bezeichnet hierin jeweils die Position: $\mathbf{x} = (\lambda, \varphi, t)$. Da insgesamt L Wellen zu modellieren sind, lassen sich die Unbekannten wie folgt zusammenfassen:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \mathbf{u}^L(\mathbf{x}) \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Das datenbasierte Modell hat die Form

$$\mathbf{L}\mathbf{u} = \mathbf{d}, \quad (5.2)$$

worin \mathbf{d} die zu berücksichtigenden Daten bezeichnen (hierin handelt es sich letztendlich um T/P Crossover Differenzen) und \mathbf{L} die entsprechende Funktionalmatrix. Das hydrodynamische Modell lautet

$$\mathbf{S}\mathbf{u} = \mathbf{f}_0 \quad (5.3)$$

mit der Funktionalmatrix \mathbf{S} und den gezeitengenerierenden Kräften \mathbf{f}_0 , abgeleitet aus dem externen Gravitationspotential (vgl. [CARTWRIGHT, 1977]). Insgesamt liefert die Vereinigung von Informationen aus den hydrodynamischen Gleichungen und den aufgezeichneten Altimeterdaten somit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{L} \end{bmatrix} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0 \\ \mathbf{d} \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Die Methode zur Lösung von Gleichung (5.4) ist die Inversion. Jedoch kann Gleichung (5.4) im allgemeinen nicht nach $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ aufgelöst werden, da keine Lösung $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ exakt das gesamte Gleichungssystem erfüllt. Mit anderen Worten: der Operator auf der linken Seite von Gleichung (5.4) ist singulär. Um trotzdem die Inversion durchführen zu können, muss an dieser Stelle zur generalisierten Inversen übergegangen werden.

Die aktuelle Version des Ozeangezeitenmodells nach EGBERT et al. ist die Version TPXO.2. Insgesamt sind hier acht Wellen modelliert: $Q_1, P_1, O_1, K_1, M_2, S_2, N_2, K_2$. Die Auflösung der bereitgestellten Amplituden und Phasen der Wellen beträgt $0.58^\circ \times 0.70^\circ$ mit der Beschränkung auf $\varphi \leq 70^\circ\text{N}$. Vorläufer dieser Version ist das TPXO.1 Modell (1994), in dessen Rahmen nur die vier dominierende Wellen M_2, S_2, O_1, K_1 modelliert wurden.

In Tabelle 5.1 sind die verschiedenen Arten von hydrographischen Ozeangezeitenmodellen mit ihren Eigenschaften zusammengefasst.

Tabelle 5.1: Beispiele hydrographischer Ozeangezeitenmodelle

Modell	Jahr	Modellgrundlage	Modellierte Wellen	Auflösung [°]	Überdeckung [°]
SCHW80	1980	ozeanographisch (hydrodynamische Interpolation)	11	1 × 1	global
CSR3.0	1994	T/P Altimeterdaten	8	0.5 × 0.5	66S ≤ φ ≤ 90N
FES95.2	1994	hydrodynamisch (finite Elemente), T/P Altimetrie assimiliert	8	0.5 × 0.5	global
TPXO.2	1994	hydrodynamisch und T/P Altimeterdaten	8	0.58 × 0.7	φ ≤ 70N

5.3 Ableitung globaler Ozeangezeitenparameter aus gravitativen Bahnstörungen künstlicher erdumkreisender Satelliten

Mit der in den letzten Jahrzehnten sehr schnell wachsenden Zahl von Satelliten für geodätische, geophysikalische oder ozeanographische Forschung (heute sind einige Duzend Satelliten für solche Zwecke verfügbar), nahm in den achtziger Jahren die Bestimmung der Parameter des Erdschwerefeldes aus reiner Analyse von Satellitenbahnstörungen konkrete Formen an. Dabei besteht die Möglichkeit, die Satelliten von Bodenstationen aus (*ground station tracking*) oder aber von anderen Satelliten aus (*satellite-to-satellite tracking*, SST) anzumessen. Bei letzterem Verfahren kommen meist die Beobachtungen zwischen niedrigfliegenden Satelliten (wie zum Beispiel der T/P Satellit, CHAMP und GRACE) mit integriertem GPS Empfänger und den relativ hoch fliegenden GPS Satelliten in Betracht [SCHWINTZER ET AL., 1995]. Die Messprinzipien sind Geschwindigkeitsmessung (Dopplermessungen über Mikrowellen), Entfernungsmessung (Laufzeitmessung über Mikrowellen oder Laser) und Richtungsmessung (Kamera). Heutzutage halten diese anfänglichen Parameterbestimmungen der geforderten Genauigkeit nicht mehr stand, weshalb die präzise Erdschwerefeldbestimmung seit dem Start des CHAMP Satelliten geradezu einen Boom erfahren hat. Prinzipiell ist dabei die hochgenaue Berechnung der Grobstruktur des Erdschwerefeldes aus den Bahnstörungen eines einzigen Satelliten denkbar. Hierzu müssten jedoch drei Bedingungen erfüllt sein [REIGBER ET AL., 1996]. Zum einen eine (nahezu) polare Bahn, um eine globale Erfassung der Erdoberfläche zu gewährleisten. Weiter eine niedrige Flughöhe von wenigen hundert Kilometern, damit der Satellit genügend sensitiv gegenüber gravitativen Störungen ist. Und schließlich eine präzise und kontinuierliche Bahnvermessung. Da keiner in der Vergangenheit ins All gestartete Satellit diese Anforderungen genügend erfüllen konnte, war es üblich, die Parameter aus einer Vielzahl von Bahnstörungen verschiedener Satelliten abzuleiten. Heute stehen wir durch die Planung (GOCE) und den Start (CHAMP, GRACE) verschiedener neuer Satellitenmissionen an einem Punkt, welcher dieses Vorgehen revolutioniert hat.

Die zu schätzenden Parameter der Ozeangezeiten werden im Rahmen der Modellierung des Erdschwerefeldes ausgleichungstechnisch bestimmt. Ziel der Ableitung des Erdschwerefeldes (und damit des Ozeangezeitenpotentials) ist die Festlegung großräumiger Strukturen (Grobstruktur des Schwerefeldes oder langwelliger Bereich des Erdschwerefeldes) zur anschließenden höherauflösenden Detailmodellierung (Feinstruktur) mittels Altimeter- und Gravimetriedaten. Im Hinblick auf die Ozeangezeiten besteht die Forderung darin, Modelle – Amplituden und Phasen der Konstituenten – unabhängig von erdgebundenen Beobachtungen (Altimeter- oder Gravimetermessungen) bereit zu stellen, welche eine Grundlage zur präzisen Satellitenbahnberechnung bieten für derzeitige (T/P, Jason-1, ENVISAT, CHAMP, GRACE) oder zukünftige (GOCE) Missionen. Über letztgenannte Altimetermissionen T/P bzw. Jason-1 ist damit eine höherauflösende Modellierung der Ozeangezeiten möglich. Dies liegt darin weiterhin begründet, dass das Geoid als Referenzfläche für die altimetrische Bestimmung der

Meerestopographie dient, welches aus der Kenntnis der Erdschwerfeldes direkt abgeleitet werden kann [HEISKANEN und MORITZ, 1979].

Wiewohl in dieser Arbeit allein die Ozeangezeitenmodellierung aus sogenannten ‚satellite-only‘ Lösungen (das heisst Bestimmung der Gezeitenparameter infolge der Analyse von Satellitenbahnstörungen) im Interesse steht, soll im Folgenden eine kurze Übersicht über die Ableitung des Erdschwerfeldes samt der Ozeangezeiten auf Grundlage des ‚satellite-only‘ Verfahrens gegeben werden, um die grundlegende Vorgehensweise vorstellen zu können.

5.31 Parametrisierung des Erdschwerfeldes [SCHWINTZER ET AL., 1998, 2000]

Die Darstellung

$$U(r, \lambda, \varphi) = \frac{Gm_E}{r} \left(\bar{C}_{00} + \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R_E}{r} \right)^l \bar{P}_{lm}(\sin \varphi) \times \right. \quad (5.5)$$

$$\left. \times \left[\left(\bar{C}_{lm} + \Delta \bar{C}_{lm}(t) \right) \cos m\lambda + \left(\bar{S}_{lm} + \Delta \bar{S}_{lm}(t) \right) \sin m\lambda \right] \right)$$

bringt das Gravitationspotential der Erde in Form der Kugelfunktionsentwicklung zum Ausdruck (man vergleiche mit (4.2)). Dabei sei – wie allgemein üblich – angenommen, dass das zugrunde liegende Koordinatensystem, in welchem ein Punkt $P(r, \lambda, \varphi)$ beschrieben ist, seinen Ursprung im Geozentrum hat, womit die Terme vom Grad $l = 1$ der Entwicklung (5.5) verschwinden. In der Modellierung des Erdschwerfeldes repräsentieren die (STOKESSchen) Koeffizienten \bar{C}_{lm} , \bar{S}_{lm} und $\Delta \bar{C}_{lm}(t)$, $\Delta \bar{S}_{lm}(t)$ die unbekannt Parameter, welche die gesamte Information tragen und aus der Analyse von Bahnstörungen gewonnen werden. Wobei zur Verdeutlichung die Koeffizienten des Ozeangezeitenpotentials $\Delta \bar{C}_{lm}(t)$, $\Delta \bar{S}_{lm}(t)$ hervorgehoben werden. Für die vollständige Entwicklung des Erdschwerfeldes bis zu Grad und Ordnung 36 sind etwa 1500 Koeffizienten \bar{C}_{lm} , \bar{S}_{lm} zu schätzen. Für eine weitergehende Entwicklung wächst die Zahl der Koeffizienten quadratisch mit dem Entwicklungsgrad an. Der Entwicklungsgrad bzw. die Entwicklungsordnung ist abhängig von der Flughöhe des Satelliten und damit der Empfindlichkeit auf gravitative Störeinflüsse (Beispiele: LAGEOS $h = 6000\text{km}$, $l_{\max} = 25$; ERS $h = 780\text{km}$, $l_{\max} = 60$). In letzt genannter (schnell abnehmender) Sensitivität liegt im übrigen eine Begrenzung hinsichtlich der Auflösung und Genauigkeit globaler Erdschwerfeldmodelle.

Mit den gegebenen Näherungswerten für Ort und Geschwindigkeit eines Satelliten zu einer Referenzepeche t_0 kann die numerische Integration der Satellitenbahn vorgenommen werden. Dabei wird die Berechnung für einzelne Bögen getrennt durchgeführt, wobei die Bogenlänge von der Flughöhe des Satelliten abhängt. Sie kann Werte von einem Tag bis zu einem Monat haben. Im Zuge der Integration gehen die Modelle aller gravitativer und nicht nicht-gravitativer Störkräfte mit ein. Durch eine Ausgleichung der Bahnparameter und Schwerfeldparameter nach vermittelnden Beobachtungen erhält man schließlich eine an die

Beobachtungen bestangepasste Bahn für den Integrationszeitraum (Bogenlänge). Zur praktischen Durchführung der Ausgleichsrechnung wird für jeden einzelnen Bogen getrennt ein Normalgleichungssystem aufgestellt, in welchem unter anderen Parametern die Koeffizienten $\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}$ in (5.5) und die Gezeitenparameter der Ozeangezeiten (genauer gesagt die Parameter einzelner Konstituenten – enthalten in den Koeffizienten $\Delta\bar{C}_{lm}(t), \Delta\bar{S}_{lm}(t)$ (man vergleiche dazu Formal (3.35)) als Unbekannte auftreten. Die bogenweise aufgestellten Normalgleichungssysteme werden pro Satellit akkumuliert und hernach zu einem Gesamtnormalensystem für alle Satelliten zusammengefasst. Die gesuchten Schwerefeldparameter liegen nach Inversion des Gesamtnormalensystems vor [REIGBER, 1989].

5.32 ‚Satellite-only‘ Erdschwerefeldmodelle

In Vorbereitung auf die CHAMP Mission entstand 1998 das der 5. Generation angehörende GRIM5-S1 Modell [SCHWINTZER ET AL., 1998]. Die GRIM Modelle entstanden allesamt unter der deutsch-französischen Zusammenarbeit zwischen dem GeoForschungsZentrum (GFZ) Potsdam und der Groupe de Recherche de Geodesie Spatiale (CNES/GRGS) in Toulouse. Die Lösung basiert allein auf der Analyse von Satellitenbahnstörungen (an der Endung ‚-S‘ für ‚satellite-only‘, während die Endung ‚-C‘ – ‚combined‘ – für die Kombination aus Satellitenbahnstörungen und Erdbeobachtungen – Gravimetrie, Altimetrie – zum Ausdruck bringt, zu erkennen). Insgesamt werden bei der Ausgleichung der Erdschwerefeldparameter die Messungen zu 21 Satelliten berücksichtigt. Die sphärischen harmonischen Koeffizienten $\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}$ sind gelöst bis Grad 99 und Ordnung 95 [SCHWINTZER ET AL., 1998]. Hinsichtlich der Ozeangezeiten enthält das GRIM5-S1 Modell 15 Wellen. Gelöst werden die 6 langperiodischen Wellen $O_{m1}, M_m, M_f, M_{lm}, S_a, S_{Sa}$, weiter die 3 eintägigen Wellen Q_1, O_1, K_1 und die 5 halbtägigen Wellen $2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$. Die Bestimmung der S_1 -Welle geschieht über die Theorie der Admittanz mit Q_1, O_1, K_1 .

Die Vorgängergeneration der GRIM5 Modelle sind die GRIM4 Modelle [SCHWINTZER ET AL., 1997]. So werden zum Beispiel im Rahmen der GRIM4-S4 Lösung 3758 sphärische harmonische Koeffizienten $\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}$ vollständig bis Grad und Ordnung 60 geschätzt. Weiter die Amplituden und Phasen von 76 Ozeangezeitenkonstituenten für acht eintägige und halbtägige Wellen ($Q_1, O_1, K_1, 2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$). Die Auswertung umfasst Messungen zu insgesamt 34 Satelliten mit Flughöhen von 800km bis 2000km und einer räumlichen Auflösung an der Erdoberfläche von 500km.

Auf amerikanischer Seite entstand im Jahr 1996 das ‚satellite-only‘ Modell EGM96S [LEMOINE ET AL., 1998]. Das EGM96 Modell stellt eine Kombination aus EGM96S und Altimeter- bzw. Gravimeterdaten dar. Das Ozeangezeitenmodell wird hier jedoch nicht geschätzt, sondern aus Altimetrie und Hydrographie abgeleitet und als gegeben angenommen. Der CHAMP Satellit (CHALLENGING Minisatellite Payload) erfüllt erstmals die oben genannten drei Bedingungen zur optimalen Ableitung von Schwerefeldmodellen aus Bahnstörungen. Mit

einer Inklination von 87.3° liegt eine nahezu polare Bahn vor. Die Flughöhe von anfänglich 454km wird im Laufe von fünf Jahren auf ca. 300km abnehmen. Die kontinuierliche präzise Bahnvermessung geschieht über das GPS System (CHAMP-GPS SST). Start der Mission war der 15. Juli 2000. Die Missionsdauer ist zunächst auf fünf Jahre angesetzt. Die bisher aus den Daten der CHAMP Mission abgeleiteten Erdschwerefeldmodelle tragen den Namen EIGEN-1S (European Improved Gravity model of the Earth by New techniques) [REIGBER ET AL., 2002] und EIGEN-2Sp (das ‚p‘ steht für ‚preliminary‘, da es sich hierbei um ein zu diesem Zeitpunkt noch nicht veröffentlichtes Modell handelt). Beim praktischen Vorgehen werden die CHAMP Daten an die GRIM5-S1 Datenbank hinzuaddiert. Folglich umfasst die EIGEN-1S und EIGEN-2Sp Lösung insgesamt 21+1 Satelliten. Die Erdschwerefeldmodellierungen einzig aus CHAMP Daten (‚champ-only‘ Lösung) tragen den Namen EIGEN-1 bzw. analog EIGEN-2p. Noch einmal soll an dieser Stelle bemerkt werden, dass sich diese Art der Schwerefeldlösung allein auf die Analyse von Satellitenbahnstörungen stützt und somit unabhängig von erdgebundenen Gravimeter- oder Altimeterdaten ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wird zunächst die erste CHAMP Erdschwerefeldlösung (EIGEN-1 bzw. EIGEN-1S) – genauer gesagt die Lösung der darin enthaltenen Konstituenten der Ozeangezeiten – der auf dem CHAMP Satelliten basierten CHAMP-GPS SST Daten und CHAMP Accelerometerdaten von 88 Tagen [REIGBER ET AL., 2002] analysiert. Die zugrunde liegenden Messungen liegen im zeitlichen Bereich 30. Juli bis 10. August 2000 bzw. 24. September bis 31. Dezember 2000. Geschätzt in dieser ersten Lösung sind unter anderem 10738 sphärische harmonische Koeffizienten $\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}$ für das Gravitationspotential der Darstellung (5.5). Dies entspricht einer vollständigen Entwicklung bis Grad und Ordnung 90 plus ausgewählter höhergradiger Terme. Auf Seiten der Ozeangezeiten sind die 106 harmonischen Koeffizienten der Ozeangezeitenpotentialentwicklung von insgesamt 53 Konstituenten 11 langperiodischer, eintägiger und halbtägiger Wellen bestimmt ($M_m, M_f, M_{im}, Q_1, O_1, K_1, 2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$). Durch die Hinzunahme von nur 3 Monaten an CHAMP Daten in die GRIM5-S1 Lösung konnte ein 10cm genaues Geoid mit einer räumlichen Auflösung von 600km ($\frac{1}{2}$) an der Erdoberfläche abgeleitet werden. Die so erhaltene Auflösung ist doppelt so hoch wie aus vorangegangenen ‚satellite-only‘ Lösungen [REIGBER ET AL., 2002].

In einem weiteren Schritt wird die selbe Analyse auf die EIGEN-2p bzw. EIGEN-2Sp Lösung angewandt. Im Gegensatz zur EIGEN-1S Lösung sind im Falle des EIGEN-2Sp Modells insgesamt 112 harmonische Koeffizienten geschätzt. Hinzu kommen jeweils die (2 0)-Konstituenten der Wellen O_{m1}, S_a, S_{sa} , womit innerhalb der EIGEN-2Sp Lösung im Sinne der Ozeangezeitenmodellierung exakt die selben Parameter geschätzt werden wie bei GRIM5-S1. Durch das Vorliegen zweier Generationen an EIGEN Lösungen wird ein Vergleich zwischen den bisherigen auf den CHAMP Daten basierenden ‚satellite-only‘ Ozeangezeitenmodellen möglich. Im Rahmen der EIGEN-2p und EIGEN-2Sp Lösungen sind zusätzlich Daten vom September bis Dezember 2001 berücksichtigt, so dass in diese Lösungen insgesamt ein

zeitliches Intervall von 3+4 Monaten an CHAMP Daten in die Schätzung der Parameter einfließt.

Mit der Verfügbarkeit von CHAMP Daten über einen noch längeren Zeitraum wird in Zukunft noch eine Genauigkeitssteigerung in der Erdschwerefeld- bzw. Ozeangezeitenmodellierung zu erwarten sein. CHAMP Folgemissionen werden das Ziel haben, die räumliche und zeitliche Auflösung der Erdschwerefeldmodellierung zu steigern. Die deutsch-amerikanische Doppelsatellitenmission GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) [DAVIS ET AL., 1996] ist am 17.3.2002 erfolgreich an den Start gegangen. Voraussichtlich im Jahr 2006 wird die GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission) Gradiometer-Mission [SCHUYER, 1997] unter Obhut der ESA (European Space Agency) folgen.

6 Vergleich verschiedener Ozeangezeitenlösungen

In dieser Arbeit sollen die aus Satellitenbahnstörungen abgeleiteten Ozeangezeitenparameter (aus GRIM5-S1, EIGEN-1S, EIGEN-1, EIGEN-2Sp und EIGEN-2p) einem Vergleich unterzogen werden. Als Referenzmodell wird das Grenoble finite Elemente Modell FES95.2 herangezogen, dessen Lösung unabhängig von Satellitenbahnstörungen ist. Die FES Lösungen gelten zusammen mit den CSR Lösungen zu den besten nicht auf Satellitenbahnstörungen basierenden Ozeangezeitenmodellen. Das Ozeangezeitenmodell FES95.2 liegt – wie auch die aus Satellitenbahnstörungen abgeleiteten Modelle – in harmonisch entwickelter Form, abgeleitet aus den globalen Gitterwerten, vor. Da im Rahmen der FES95.2 Lösung keine langperiodischen Anteile geschätzt werden, werden die langperiodischen Wellen M_m, M_f, M_{im} aus dem hydrodynamischen Modell von LYARD (1998) übernommen. Tabelle 6.1 fasst die in dieser Arbeit untersuchten Ozeangezeitenmodelle zusammen.

Tabelle 6.1: In dieser Arbeit untersuchte Ozeangezeitenmodelle

Modell	Institution	Wellen gesamt	Modellableitung
GRIM5-S1	GFZ + GRGS BIANCALE ET AL., 2000	- 14 gelöst: $O_{m1}, M_m, M_f, M_{im}, S_a, S_{Sa}$ $Q_1, O_1, K_1, 2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$ - S_1 aus Admittanz mit Q_1, O_1, K_1	Beobachtete Bahnstörungen von 21 Satelliten
EIGEN-1S	GFZ+GRGS REIGBER ET AL., 2002a	- 11 gelöst: $M_m, M_f, M_{im},$ $Q_1, O_1, K_1, 2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$ - S_1 aus Admittanz mit Q_1, O_1, K_1	Beobachtete Bahnstörungen von 22 Satelliten (GRIM5-S1 + CHAMP 2000)
EIGEN-1	GFZ+GRGS GFZ interne Information	- 8 gelöst: $Q_1, O_1, K_1,$ $2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$ - S_1 aus Admittanz mit Q_1, O_1, K_1	Beobachtete Bahnstörungen des CHAMP Satelliten (2000)
EIGEN-2Sp	GFZ+GRGS REIGBER ET AL., 2002b	- 14 gelöst: $O_{m1}, M_m, M_f, M_{im}, S_a, S_{Sa}$ $Q_1, O_1, K_1, 2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$ - S_1 aus Admittanz mit Q_1, O_1, K_1	Beobachtete Bahnstörungen von 22 Satelliten (GRIM5-S1 + CHAMP 2000+2001)
EIGEN-2p	GFZ+GRGS GFZ interne Information	- 8 gelöst: $Q_1, O_1, K_1,$ $2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$ - S_1 aus Admittanz mit Q_1, O_1, K_1	Beobachtete Bahnstörungen des CHAMP Satelliten (2000+2001)
FES95.2	Grenoble LE PROVOST ET AL., 1994	- 8 gelöst: $Q_1, O_1, K_1,$ $2N_2, N_2, M_2, S_2, K_2$ - 3 langperiodische übernommen von LYARD (1998): M_m, M_f, M_{im}	Theorie der finiten Elemente

Tabelle 6.2 listet die untersuchten Wellen samt der Anzahl der berücksichtigten Konstituenten auf. Dabei handelt es sich durchweg um prograde Anteile, da nur diese im Rahmen aller Modelle geschätzt werden. Die Atmosphärengezeiten sind in keiner der genannten Lösungen enthalten. Sie können nach Kapitel 3.6 jedoch jederzeit berücksichtigt werden.

Tabelle 6.2: In dieser Arbeit untersuchte Wellen mit Konstituenten

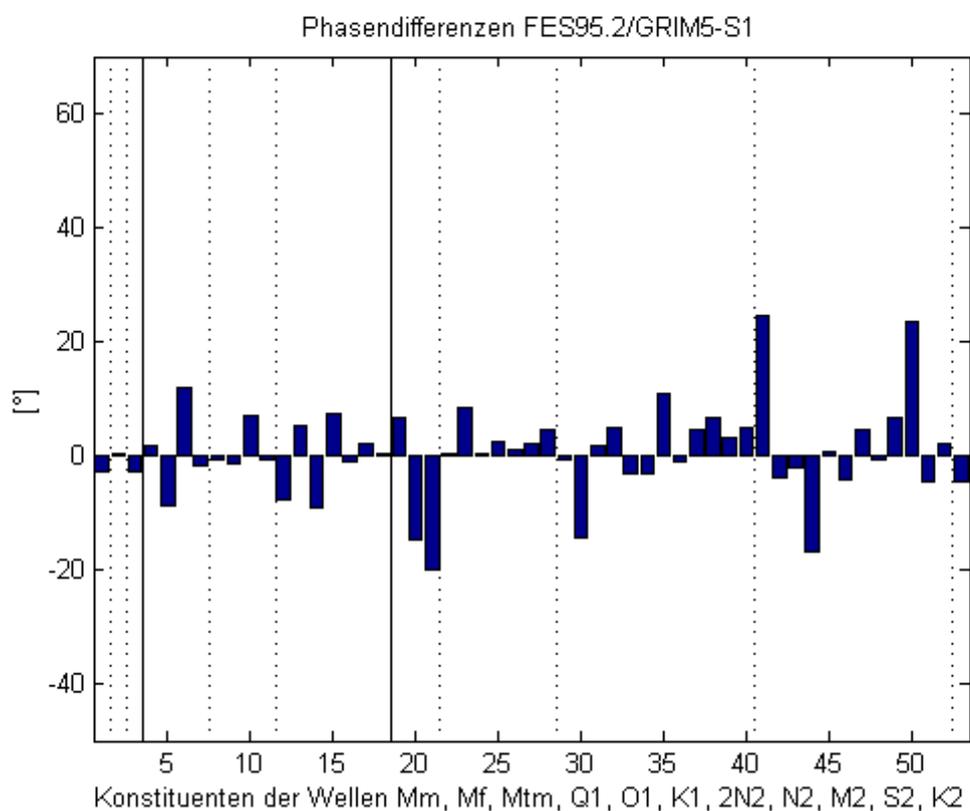
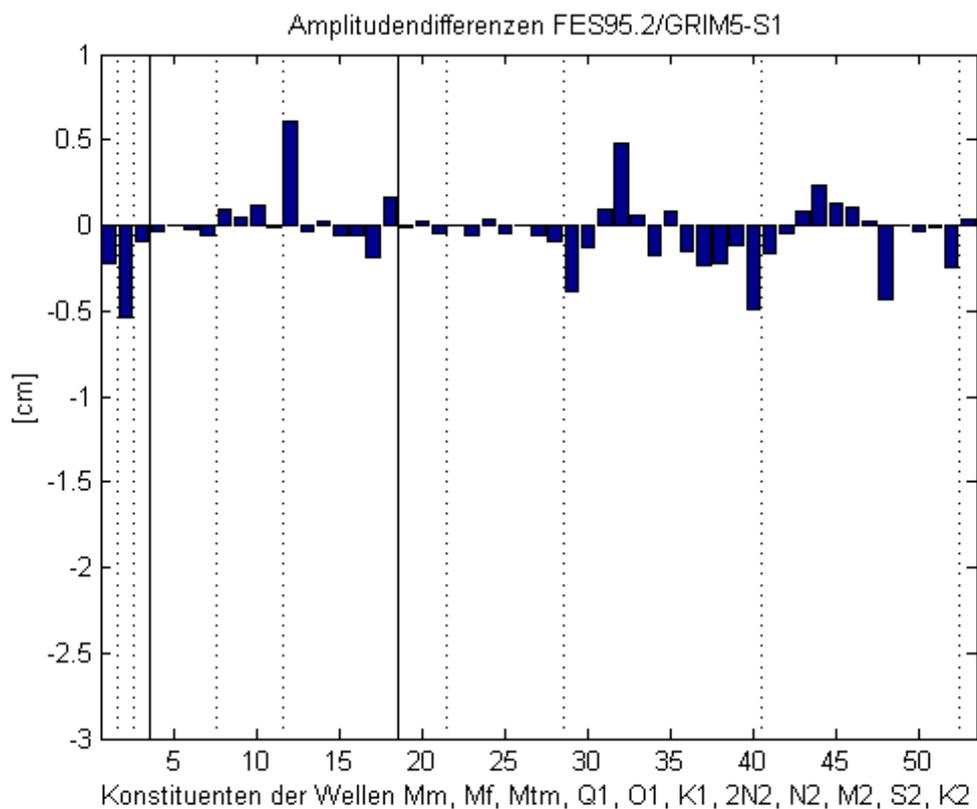
Wellen	geschätzte Konstituenten pro Schwerefeldmodell	Σ
langperiod		
M_m^a	(2 0) im Rahmen der ‚CHAMP-only‘ Lösungen	1
M_f^a	(2 0) EIGEN-1 und EIGEN-2p werden keine langperiodischen	1
M_{im}^a	(2 0) Konstituenten geschätzt	1
eintägig		
Q_1	(2 1), (3 1), (4 1), (5 1)	4
O_1	(2 1), (3 1), (4 1), (5 1)	4
K_1	(2 1), (2 2), (3 2), (4 2), (3 3), (4 3), (4 4)	7
halbtägig		
$2N_2$	(2 2), (3 2), (4 2)	3
N_2	(2 2), (3 2), (4 2), (5 2), (3 3), (4 3), (4 4)	7
M_2	(2 0), (2 1), (3 1), (4 1), (5 1), (2 2), (3 2), (4 2), (5 2), (3 3), (4 3), (4 4)	12
S_2^b	(2 0), (2 1), (3 1), (4 1), (5 1), (2 2), (3 2), (4 2), (5 2), (3 3), (4 3), (4 4)	12
K_2	(2 2)	1
gesamt		53

^a Ergänzung von FES95.2 durch LYARD (1998)

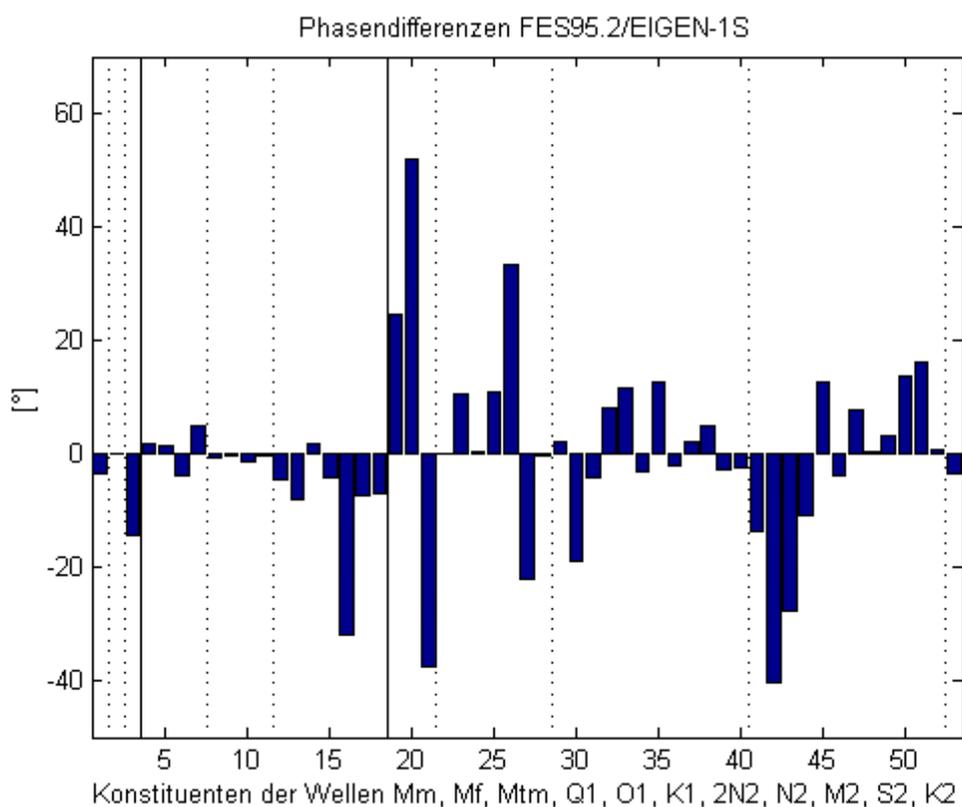
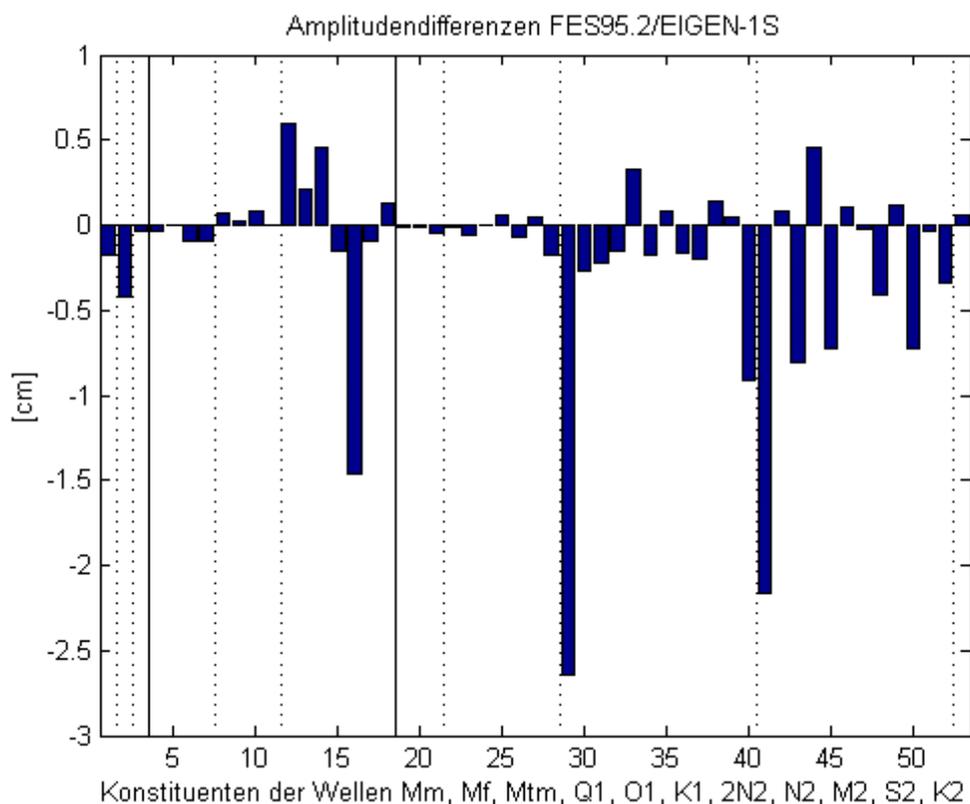
^b die Atmosphärengezeiten sind in der S_2 -Welle durchweg nicht enthalten

6.1 Vergleich der spektralen Ozeangezeitenparameter

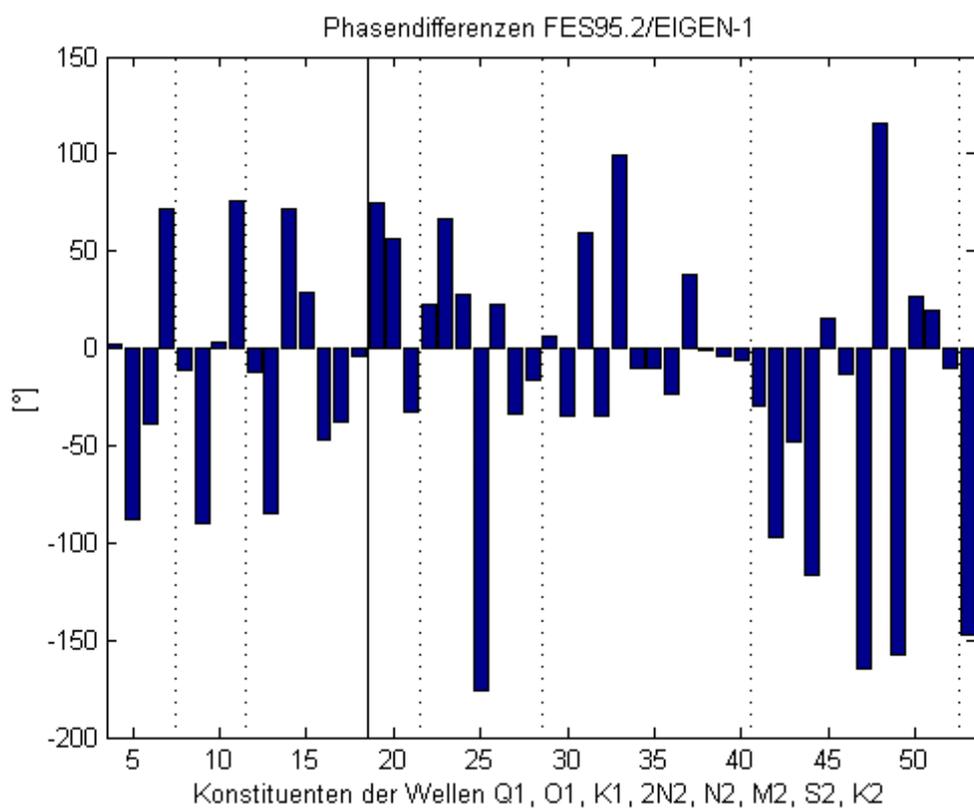
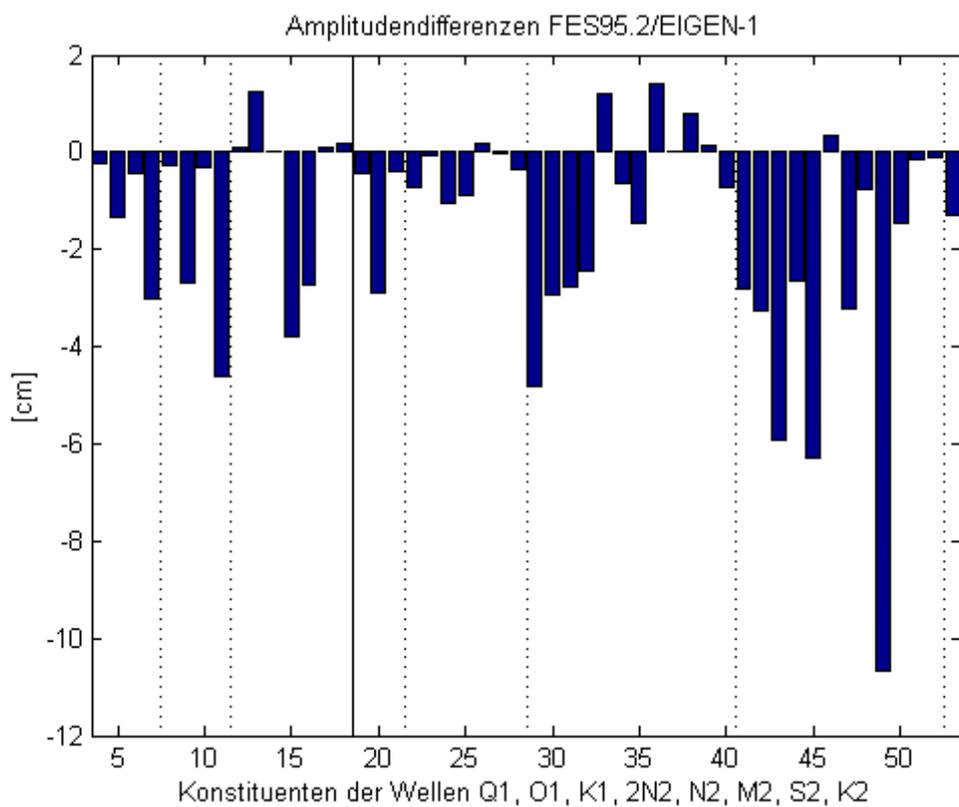
Zunächst sollen die geschätzten Amplituden und Phasen der verschiedenen Ozeangezeitenlösungen innerhalb obiger Modelle direkt miteinander verglichen werden. Dabei wird in einem ersten Schritt seitens der CHAMP basierten Lösungen nur die EIGEN-1S und EIGEN-1 Lösung Berücksichtigung finden, um hernach die daraus resultierenden Ergebnisse mit denen des hochaktuellen EIGEN-2Sp bzw. EIGEN-2p Modells vergleichen zu können. Die Abbildungen 6.1 bis 6.8 zeigen die Differenzen zwischen den gegebenen normierten Amplituden $\bar{D}_{im,s}^+$ und Phasen $\hat{\epsilon}_{im,s}^+$ aus den Modellen GRIM5-S1, EIGEN-1S, EIGEN-1 und FES95.2 für alle Konstituenten nach Tabelle 6.2. Dabei ist die Reihenfolge der Konstituenten einer bestimmten Welle aus Tabelle 6.2 übernommen.



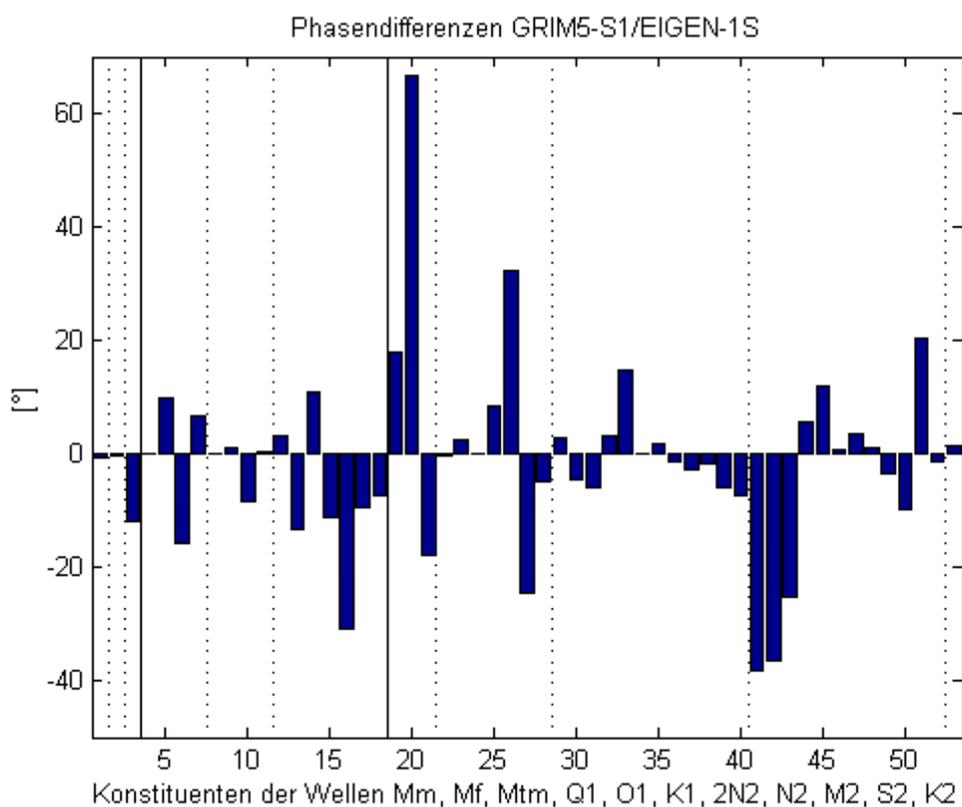
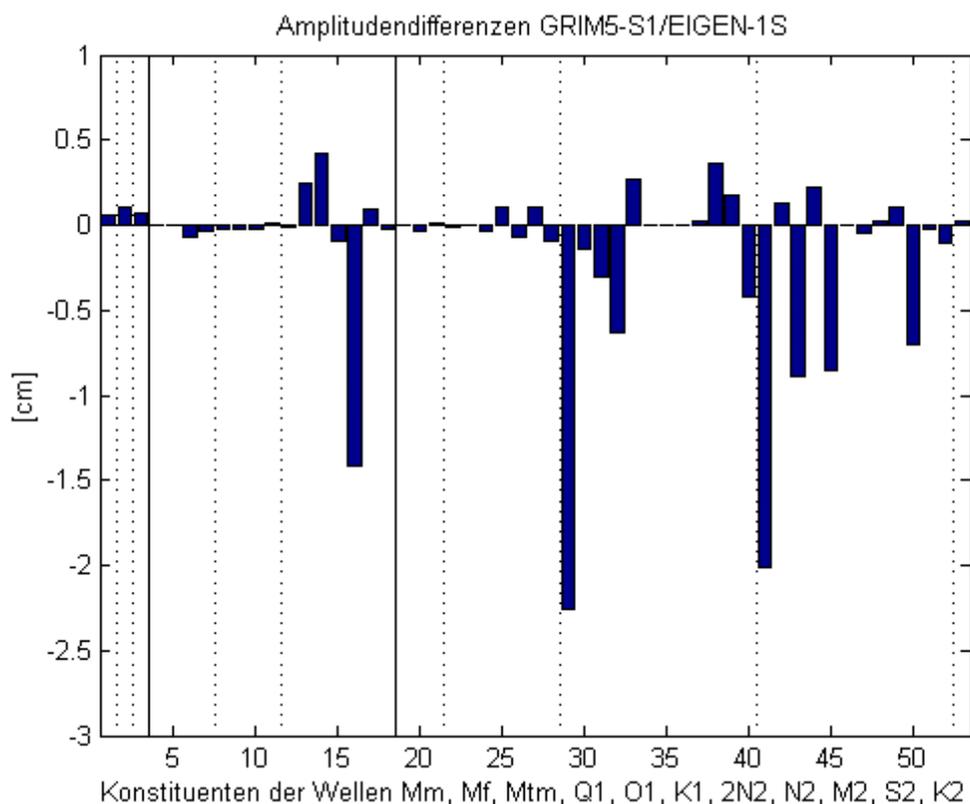
Abbildungen 6.1, 6.2:
Differenzen der Gezeitenparameter zwischen FES95.2 und GRIM5-S1



Abbildungen 6.3, 6.4:
Differenzen der Gezeitenparameter zwischen FES95.2 und EIGEN-1S



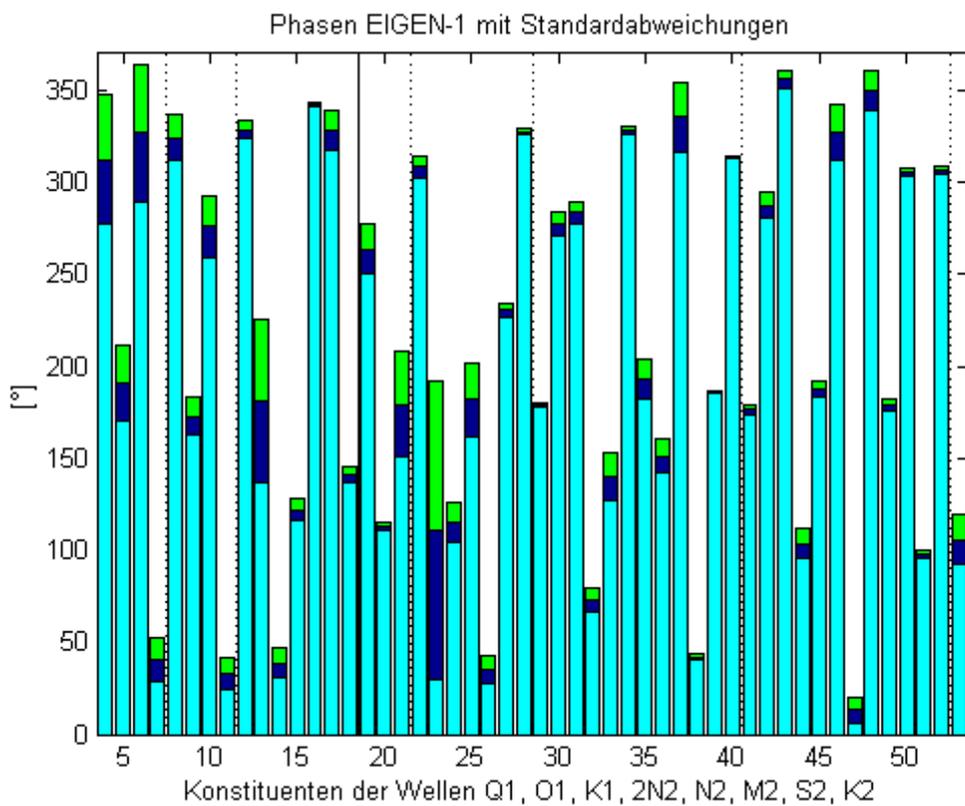
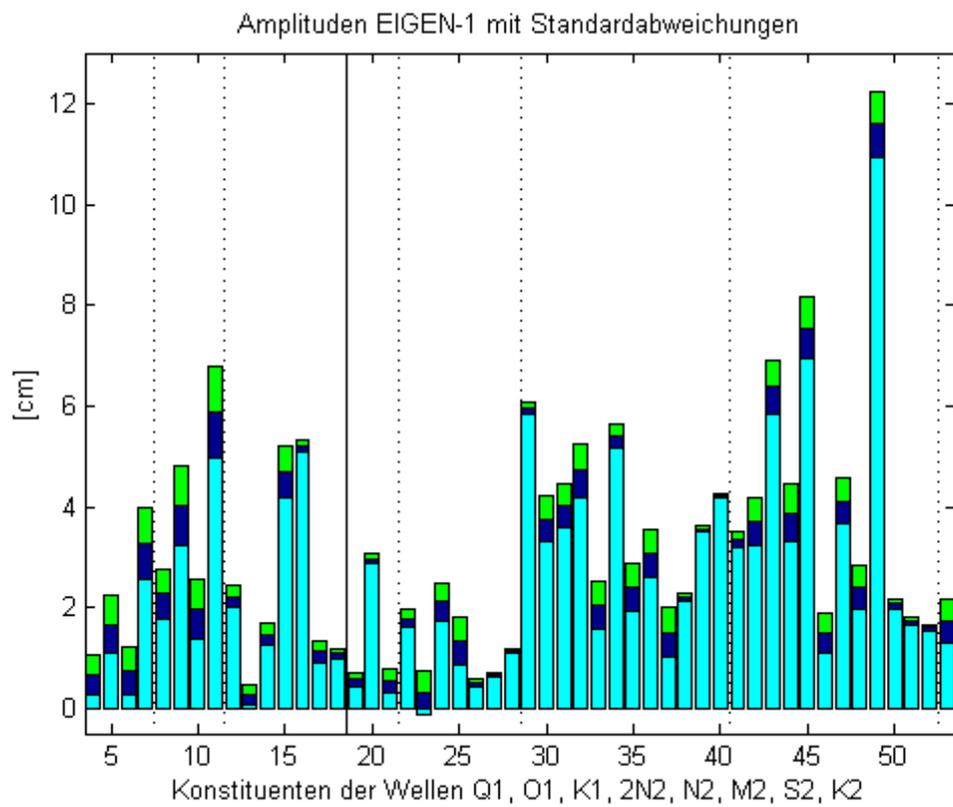
Abbildungen 6.5, 6.6:
Differenzen der Gezeitenparameter zwischen FES95.2 und EIGEN-1



Abbildungen 6.7,6.8:
Differenzen der Gezeitenparameter zwischen GRIM5-S1 und EIGEN-1S

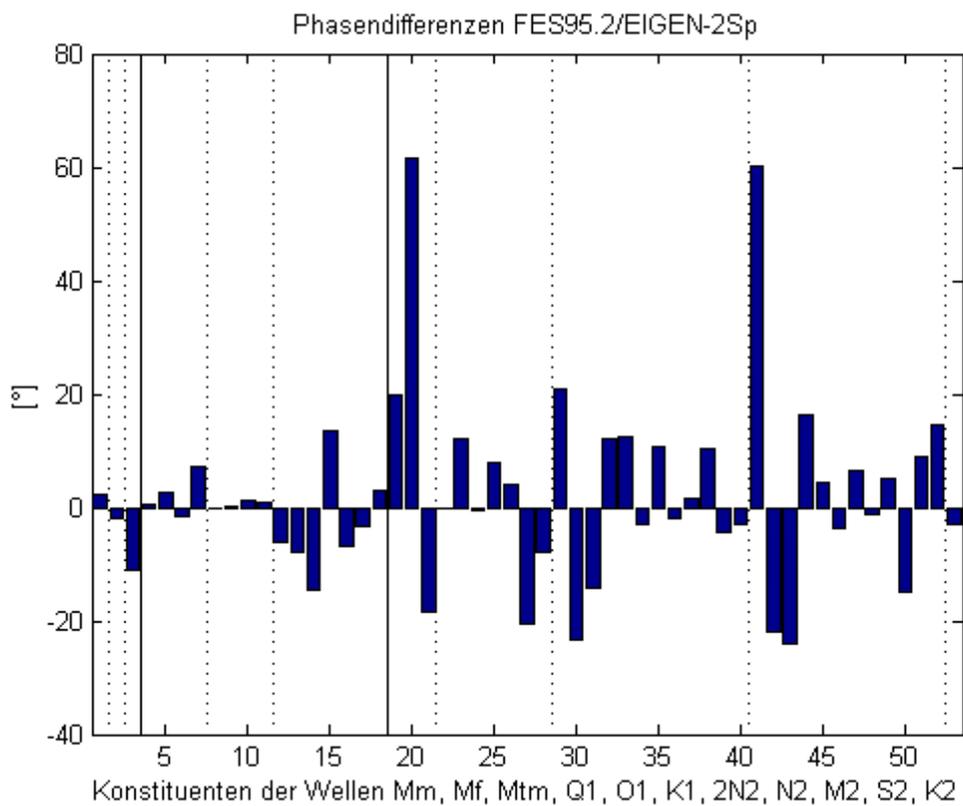
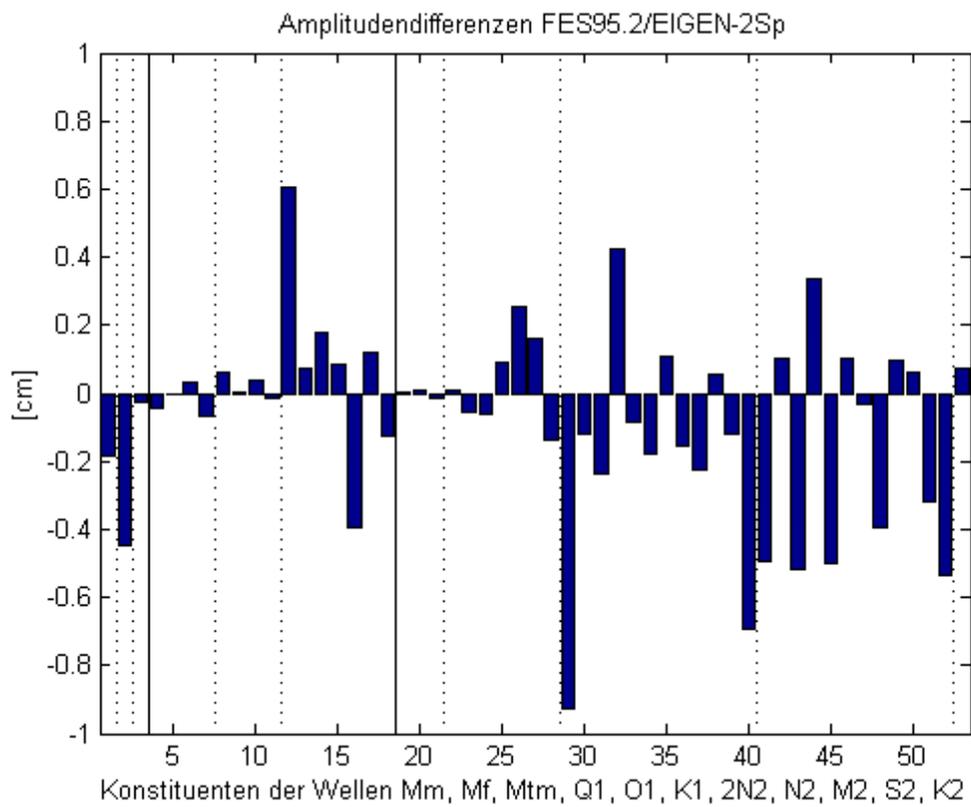
Neben den Differenzen zwischen den ‚satellite-only‘ Modellen GRIM5-S1, EIGEN-1S und EIGEN-1 mit dem hydrodynamischen FES95.2 Referenzmodell ist auch die Differenz zwischen der GRIM5-S1 und der EIGEN-1S Lösung von Interesse, da hierin direkt des Einfluss der CHAMP Daten zum Ausdruck kommt.

Wie leicht zu sehen ist, zeigen die Differenzen zwischen der Grenoble Lösung FES95.2 und der GRIM5-S1 Lösung die kleinsten Werte. Lediglich die Amplitudendifferenzen der $M_f(2\ 0)$ - und $K_1(2\ 1)$ - Konstituenten überschreiten betragsmäßig die 0.5cm-Wasserhöhen-Grenze. Die Phasendifferenzen bewegen sich hauptsächlich im Bereich $\pm 10^\circ$. Zwei Differenzwerte ($S_2(2\ 0)$ - und $S_2(3\ 3)$ - Konstituente) überschreiten 20° . Um den Einfluss des CHAMP Satelliten bzw. der CHAMP Daten aufzuzeigen, soll zunächst auf die Abbildungen 6.5 und 6.6 eingegangen werden, welche die ‚CHAMP-only‘ Lösung der Ozeangezeitenparameter beinhalten. Man sieht sofort, dass die Differenzen zwischen der FES95.2 und der EIGEN-1 Lösung recht groß sind. Dabei ist an dem Vorzeichen der Differenzen zu erkennen, dass vor allem die Amplituden der ‚CHAMP-only‘ Lösung meist weit größere Werte annehmen als diese des FES95.2 Modells. Wiewohl diese Systematik erkannt wird, ist sie an dieser Stelle nicht zu erklären. Die Phasendifferenzen liegen grob gesagt im Bereich $\pm 100^\circ$, die Amplitudendifferenzen nehmen Werte von mehreren cm an. Die größte Abweichung ist für die $S_2(5\ 2)$ - Konstituente zu verzeichnen mit -10.65cm . Dieses schlechte Ergebnis der Ozeangezeitenparameterschätzung im Rahmen der ‚CHAMP-only‘ Lösung bezüglich des FES95.2 Modells schlägt sich durch die hohe Gewichtung des CHAMP Satelliten innerhalb der EIGEN-1S Lösung auch deutlich auf die Differenzen zwischen der FES95.2 und EIGEN-1S Lösung nieder (man vergleiche mit den Abbildungen 6.3 und 6.4). Zwar wird ein Großteil der Abweichungen zwischen FES95.2 und EIGEN-1 durch die weiteren 21 Satelliten im Rahmen der EIGEN-1S Lösung relativiert, doch sind trotzdem teilweise deutlich größere Differenzwerte im Vergleich zu denen zwischen FES95.2 und GRIM5-S1 Lösung zu verzeichnen. Am Auffälligsten sind wohl die Differenzen der $K_1(3\ 3)$ -, $M_2(2\ 0)$ - und $S_2(2\ 0)$ - Konstituenten mit Werten von -1.46cm , -2.64cm und -2.17cm . Unter Hinzunahme von Abbildung 6.5 scheint es zunächst unklar, weshalb aus der Vielzahl großer Differenzen zwischen der FES95.2 und der EIGEN-1 Lösung für die FES95.2/EIGEN-1S Amplitudendifferenzen gerade erwähnte drei Werte mit relativ großen Abweichungen zurückbleiben. Vielmehr könnte in Abbildung 6.3 der betragsmäßig maximale Wert für die $S_2(5\ 2)$ - Konstituente erwartet werden. Aufschluss über das dargestellte Verhalten der Differenzen gibt ein Blick auf die Standardabweichungen der Ozeangezeitenparameter aus der ‚CHAMP-only‘ Lösung. Man betrachte hierzu die Abbildungen 6.9 und 6.10, in denen die geschätzten Gezeitenparameter der EIGEN-1 Lösung samt ihren Standardabweichungen (1σ -Band) zu sehen sind. Die geschätzten Werte sind dabei in blau dargestellt, die Werte mit positiver und negativer Standardabweichung in grün bzw. cyan.

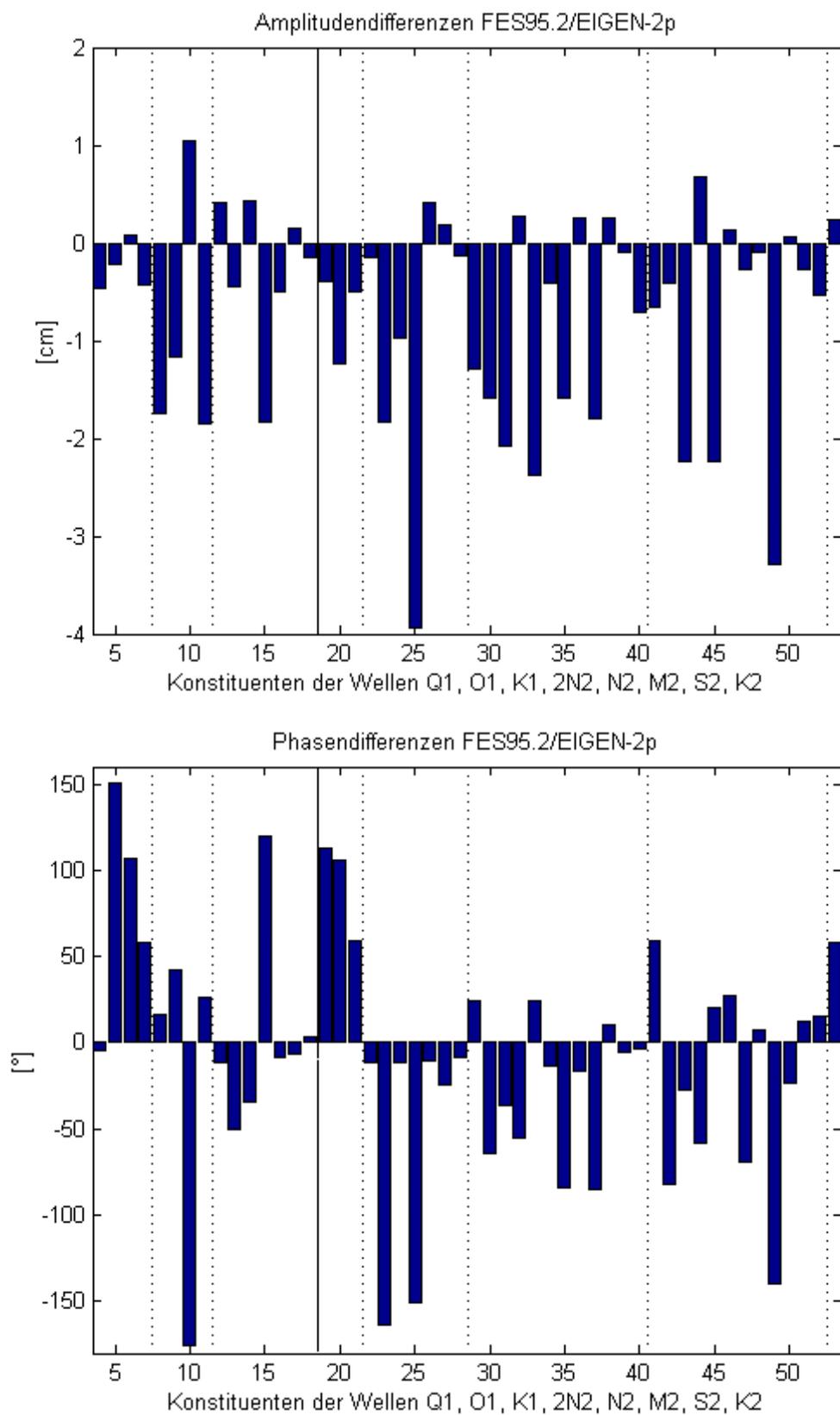


Abbildungen 6.9, 6.10:
EIGEN-1 Lösung mit Standardabweichungen (1σ -Band)

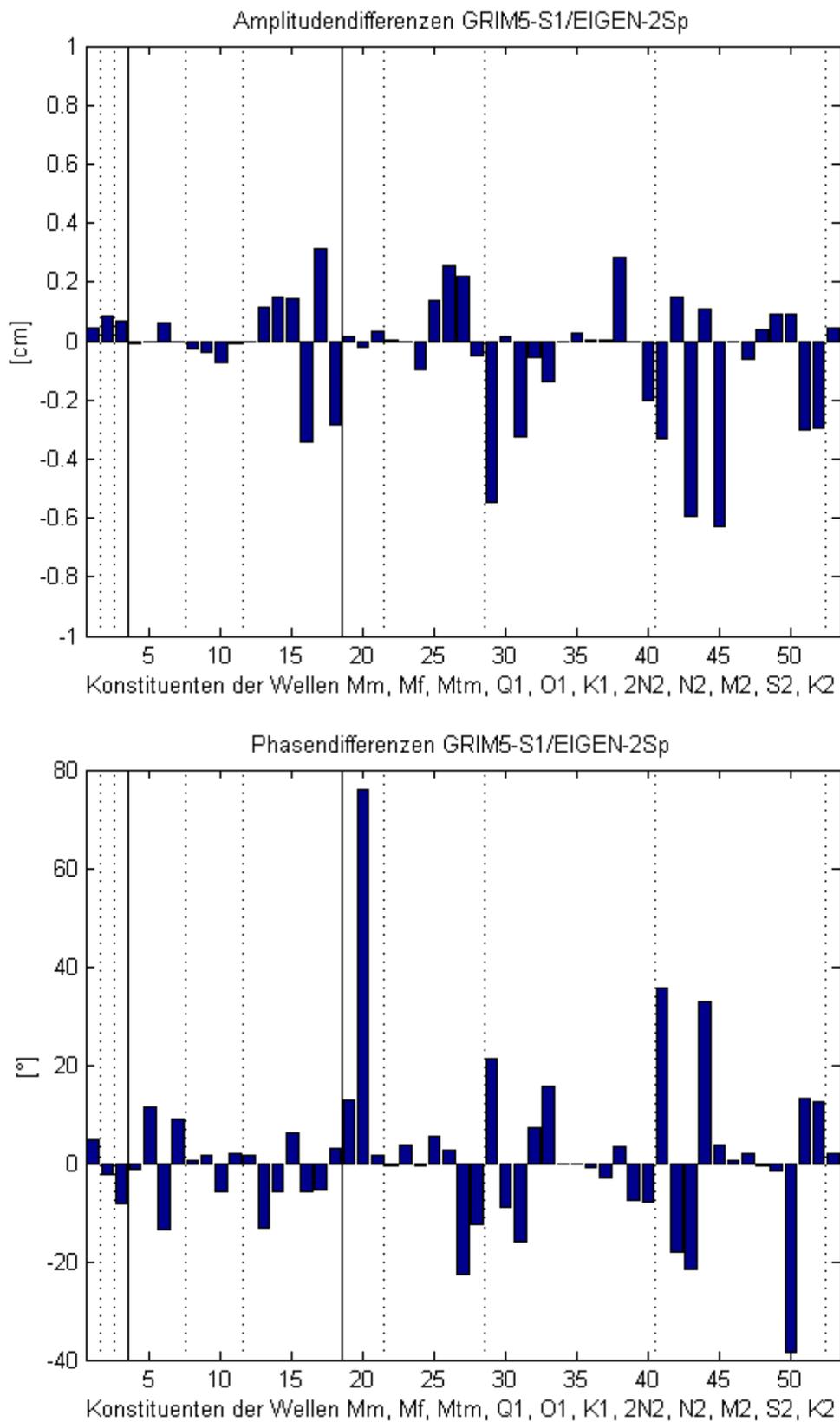
Aufgrund der nur dreimonatigen Datengrundlage hat das EIGEN-1 Modell noch teilweise recht große Unsicherheiten aufzuweisen. Da weiter der Grossteil der Amplitudendifferenzen zwischen der FES95.2 und EIGEN-1 Lösung auf Amplituden des EIGEN-1 Modells mit sehr großen Standardabweichungen gründet, sind diese Abweichungen in den FES95.2/EIGEN-1S Differenzen nicht mehr in diesem Maße zu finden. Die Konstituenten $K_1(3\ 3)$, $M_2(2\ 0)$ und $S_2(2\ 0)$ jedoch haben neben relativ großen FES95.2/EIGEN-1 Differenzen auch relativ kleine Standardabweichungen im Rahmen der EIGEN-1 Lösung zu verzeichnen, weshalb der Einfluss der CHAMP Daten auf die EIGEN-1S Lösung für genannte drei Konstituenten als beträchtlich nach Abbildung 6.3 festzustellen ist. Es gilt allgemein, dass je kleiner die Standardabweichungen der ‚CHAMP-only‘ Lösung für die Parameter einer bestimmten Konstituente sind, desto mehr nehmen die CHAMP Daten Einfluss auf die Schätzung der Parameter dieser Konstituenten in der EIGEN-1S Lösung. Die Ursache der schlechten Bestimmung der $M_2(2\ 0)$ - und $S_2(2\ 0)$ -Konstituente (große FES95.2/EIGEN-1 Differenzen bei gleichzeitig kleinen EIGEN-1 Standardabweichungen) liegt wohl am Bahndesign des CHAMP Satelliten. Durch die nahezu polare Bahn lassen sich die zonalen Terme der Kugelfunktionsentwicklung über einen kurzen Beobachtungszeitraum nicht sonderlich gut bestimmen. Die Differenzen zwischen der GRIM5-S1 und EIGEN-1S Lösung zeigen ähnlichen Verlauf wie diese zwischen der FES95.2 und EIGEN-1S Lösung, was zu erwarten war, da wie anfangs gesagt die Abweichungen zwischen FES95.2 und GRIM5-S1 klein ausfallen. In den Differenzen GRIM5-S1/EIGEN-1S sieht man sehr schön den deutlichen Einfluss der CHAMP Daten, um welche sich die beiden Lösungen ja lediglich unterscheiden. In den Abbildungen 6.11 bis 6.16 nun sind die entsprechenden Differenzen zwischen den Parametern unter Beachtung der 2.Generation der EIGEN Lösungen (EIGEN-2Sp und EIGEN-2p) dargestellt. Man sieht bei Betrachtung von Abbildung 6.13 deutlich die stark verbesserte Schätzung der Ozeangezeitenamplituden im Rahmen des ‚CHAMP-only‘ Modells im Vergleich zur FES95.2 Lösung. Die EIGEN-2p Amplituden fallen zwar weiterhin meist zu groß aus, doch mit Differenzen in einem hauptsächlichen Bereich von $+0.5\text{cm}$ bis -2cm um ca. 50% besser als im Vergleich zu den FES95.2/EIGEN-1 Differenzen. Die maximale Abweichung beträgt nunmehr -3.95cm für die $N_2(5\ 2)$ -Konstituente. Eine Verbesserung in der Schätzung der Phasen ist nicht zu erkennen. Dies wird später bei der Betrachtung der RMS (Root Mean Square) Werte ebenfalls deutlich werden. Natürlich schlagen sich die positiven Ergebnisse der Amplitudenschätzung auch in der EIGEN-2Sp Lösung nieder. Sowohl die FES95.2/EIGEN-2Sp- als auch die GRIM5-S1/EIGEN-2Sp Differenzen fallen insgesamt kleiner aus, als diese unter Verwendung der ersten Generation der EIGEN Lösungen. Dies gilt wiederum freilich nur für die Amplituden. Die Abweichungen in den Phasen bleiben – wenn auch im Erscheinungsbild sich ändernd – insgesamt in der selben Größenordnung. So liegen die Amplitudendifferenzen zwischen der FES95.2 und EIGEN-2Sp Lösung betragsmäßig stets unter 1cm , meist sogar unter 0.5cm . Die maximale Abweichung beträgt -0.93cm für die $M_2(2\ 0)$ -Konstituente.



Abbildungen 6.11,6.12:
Differenzen der Gezeitenparameter zwischen FES95.2 und EIGEN-2Sp

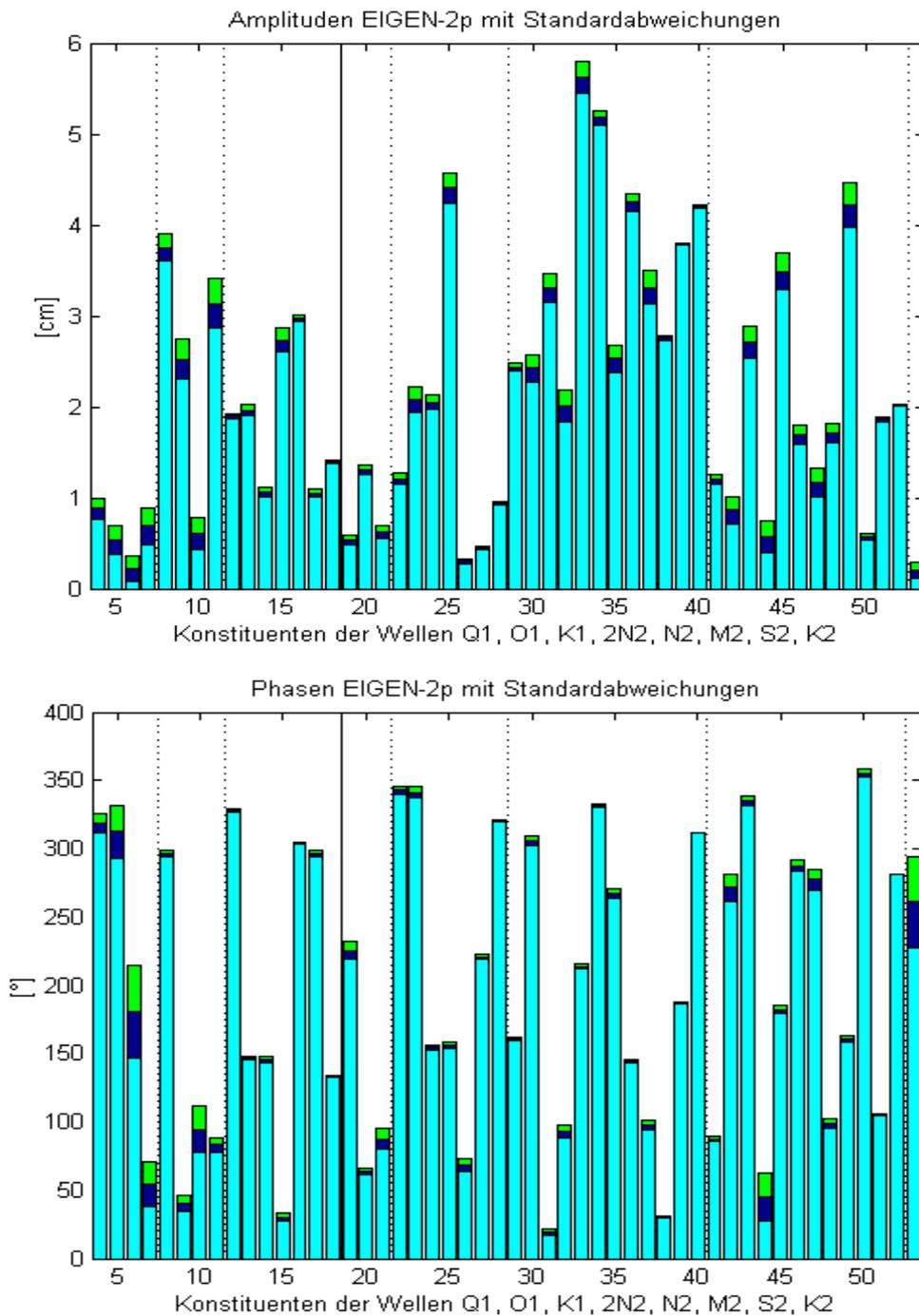


Abbildungen 6.13,6.14:
Differenzen der Gezeitenparameter zwischen FES95.2 und EIGEN-2p



Abbildungen 6.15,6.16:
Differenzen der Gezeitenparameter zwischen GRIM5-S1 und EIGEN-2Sp

An dieser Stelle ist ein Blick auf die Standardabweichungen der EIGEN-2p Lösung interessant (Abbildungen 6.17 und 6.18). Wie man sieht, werden für die Amplituden und Phasen der EIGEN-2p Lösung weit kleinere Standardabweichungen angegeben im Vergleich zur EIGEN-1 Lösung. Vor allem nehmen die absoluten Amplitudenwerte der EIGEN-2p Lösung mit stets kleiner als 6cm kleinere Werte an.



Abbildungen 6.17, 6.18:
EIGEN-2p Lösung mit Standardabweichungen (1σ -Band)

Weiterhin sind in Tabelle 6.3 die prozentualen Abweichungen der Amplituden der einzelnen Konstituenten zwischen den verschiedenen Modellen zusammengefasst.

Tabelle 6.3: Prozentuale Abweichungen der Amplituden zwischen den verschiedenen Gezeitenparameterlösungen (in %); positives Vorzeichen bedeutet eine negative Abweichung und umgekehrt

Konstituente	D1 = FES95.2 - GRIM5-S1 D2 = FES95.2 - EIGEN-1S D3 = FES95.2 - EIGEN-1 D4 = GRIM5-S1 – EIGEN-1S				D5 = FES95.2 - EIGEN-2Sp D6 = FES95.2 - EIGEN-2p D7 = GRIM5-S1 – EIGEN-2Sp		
	D1 [%]	D2 [%]	D3 [%]	D4 [%]	D5 [%]	D6 [%]	D7 [%]
M_m (2 0)	84.9	64.2	-	-11.2	68.4	-	-8.9
M_f (2 0)	88.1	70.0	-	-9.6	73.8	-	-7.6
M_{im} (2 0)	86.8	27.3	-	-31.9	22.7	-	-34.3
Q_1 (2 1)	8.7	8.7	57.5	0.0	10.4	109.8	1.5
Q_1 (3 1)	0.4	-0.3	436.2	-0.6	1.0	72.4	0.6
Q_1 (4 1)	8.3	31.3	145.6	21.3	-11.1	-27.9	-17.9
Q_1 (5 1)	25.0	39.9	1214.7	11.9	27.0	175.7	1.6
O_1 (2 1)	-4.6	-3.4	13.4	1.3	-3.2	87.7	1.5
O_1 (3 1)	-3.1	-1.5	199.1	1.7	-0.1	87.1	3.1
O_1 (4 1)	-7.0	-5.3	20.1	1.8	-2.4	-63.5	5.0
O_1 (5 1)	0.7	0.0	359.5	-0.6	1.2	144.6	0.5
K_1 (2 1)	-26.5	-26.0	-4.1	0.6	-26.3	-17.9	0.3
K_1 (2 2)	2.5	-13.9	-82.1	16.0	-4.9	30.0	-7.3
K_1 (3 2)	-2.0	-30.6	-1.5	-29.2	-11.9	-28.9	-10.1
K_1 (4 2)	6.2	17.2	419.9	10.3	-9.7	203.0	-14.9
K_1 (3 3)	2.2	58.9	109.0	55.6	15.9	19.9	13.4
K_1 (4 3)	15.8	7.7	-6.6	-7.0	-10.0	-12.8	-22.3
K_1 (4 4)	-12.9	-10.6	-12.9	2.7	10.0	12.4	26.3
$2N_2$ (2 2)	7.6	6.9	318.9	-0.7	-1.1	290.5	-8.1
$2N_2$ (2 0)	-44.8	16.6	4458.3	111.1	-17.2	1895.4	50.0
$2N_2$ (3 2)	39.1	34.5	315.0	-3.3	12.1	380.7	-19.4
N_2 (2 2)	-0.3	0.8	67.8	1.0	-0.7	13.6	-0.5
N_2 (3 2)	21.7	22.5	22.9	0.7	23.3	732.3	1.3
N_2 (4 2)	-3.5	-0.3	97.5	3.4	5.5	90.5	9.4
N_2 (5 2)	10.3	-13.7	188.6	-21.7	-19.3	858.0	-26.8
N_2 (3 3)	0.2	9.4	-27.6	9.2	-36.0	-57.4	-36.1
N_2 (4 3)	9.4	-6.6	4.0	-14.6	-25.1	-29.6	-31.6
N_2 (4 4)	11.1	22.0	44.2	9.9	17.4	17.3	5.7

$M_2(2\ 0)$	33.4	231.6	423.0	148.7	81.2	113.6	35.9
$M_2(2\ 1)$	15.6	31.7	347.8	13.9	14.1	189.0	-1.3
$M_2(3\ 1)$	-7.5	17.7	227.7	27.3	19.2	169.8	28.9
$M_2(4\ 1)$	-21.0	6.7	107.9	35.1	-18.7	-11.6	3.0
$M_2(5\ 1)$	-1.7	-10.0	-36.9	-8.5	2.6	72.7	4.4
$M_2(2\ 2)$	3.8	3.7	13.3	0.0	3.8	8.7	0.0
$M_2(3\ 2)$	-8.5	-9.0	153.5	-0.6	-11.3	167.1	-3.1
$M_2(4\ 2)$	3.5	3.5	-31.6	0.0	3.4	-5.7	-0.1
$M_2(5\ 2)$	15.2	13.4	-0.9	-1.6	14.9	118.3	-0.3
$M_2(3\ 3)$	7.5	-4.5	-26.9	-11.2	-1.9	-8.2	-8.7
$M_2(4\ 3)$	3.3	-1.4	-3.6	-4.5	3.3	2.7	0.0
$M_2(4\ 4)$	14.1	26.2	20.3	10.6	19.8	20.2	5.0
$S_2(2\ 0)$	29.5	394.0	509.2	281.3	89.9	118.6	46.6
$S_2(2\ 1)$	10.2	-19.3	721.4	-26.8	-22.8	91.4	-30.0
$S_2(3\ 1)$	-16.2	168.9	1233.9	220.9	107.9	466.0	148.1
$S_2(4\ 1)$	-18.6	-36.9	211.4	-22.5	-27.1	-53.9	-10.5
$S_2(5\ 1)$	-10.1	57.8	498.5	75.5	39.7	176.9	55.3
$S_2(2\ 2)$	-5.7	-5.9	-18.3	-0.2	-5.6	-6.9	0.1
$S_2(3\ 2)$	-3.0	2.6	358.9	5.9	3.8	29.4	7.0
$S_2(4\ 2)$	26.4	25.0	47.9	-1.1	24.1	5.4	-1.8
$S_2(5\ 2)$	-0.4	-12.0	1139.3	-11.6	-10.3	351.4	-10.0
$S_2(3\ 3)$	4.9	117.5	233.9	107.4	-9.5	-8.8	13.7
$S_2(4\ 3)$	1.0	2.4	9.7	1.4	20.1	17.5	18.9
$S_2(4\ 4)$	16.1	23.0	6.9	5.9	35.8	35.3	17.0
$K_2(2\ 2)$	-6.8	-12.0	293.3	-5.6	-16.6	54.3	-10.5

Diese prozentualen Abweichungen lassen natürlich qualitativ die selben Ergebnisse erkennen wie soeben beschrieben. Die Abweichungen zwischen der FES95.2 und GRIM5-S1 Lösung liegen betragsmäßig hauptsächlich bei maximal 30% (für die langperiodischen Konstituenten freilich über 80%). Die prozentualen Abweichungen zwischen dem FES95.2 und dem EIGEN-1S Modell liegen etwas höher (für einzelne Konstituenten über 100%), diejenigen zwischen FES95.2 und EIGEN-1 nehmen oftmals Werte von mehreren 100% an. Der Einfluss der CHAMP Daten ist in den Abweichungen zwischen der GRIM5-S1 und EIGEN1-S Lösung mit stark variierenden Werten bis maximal knapp 300% zu sehen. Die Berücksichtigung weiterer 4 Monate an CHAMP-Daten lässt die Abweichungen der einzelnen Konstituenten zwischen der Grenoble FES95.2 und EIGEN-2Sp Lösung in den Bereich von hauptsächlich wenigen 10er Prozent fallen. Nur der prozentuale Amplitudendifferenzwert der $S_2(3\ 1)$ -Konstituente ist größer als 100%. Im Gegensatz zur EIGEN-1 Lösung sind für die FES95.2/EIGEN-2p Differenzen Werte von mehreren 100% die Ausnahme. Entsprechendes

gilt für die GRIM5-S1/EIGEN-2Sp Abweichungen, welche abgesehen von der $S_2(31)$ -Konstituente durchweg Werte unterhalb 60% annehmen.

Tabelle 6.4 zeigt schließlich die RMS Werte der Differenzen zwischen den unterschiedlichen Ozeangezeitenparameterlösungen gemäß ($N_{Parameter}$ bezeichnet die Anzahl der Parameter)

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_i (Parameter_{i,MODELL 1} - Parameter_{i,MODELL 2})^2}{N_{Parameter}}}. \quad (6.1)$$

Tabelle 6.4: RMS Werte der Differenzen zwischen den unterschiedlichen Ozeangezeitenparameterlösungen

Differenzen	RMS Werte	
	Amplitude [cm]	Phase [°]
Alle Konstituenten		
FES95.2 – GRIM5-S1	0.20	7.94
FES95.2 – EIGEN-1S	0.59	15.22
FES95.2 – EIGEN-1	2.67	67.39
GRIM5-S1 – EIGEN-1S	0.52	15.95
FES95.2 – EIGEN-2Sp	0.28	15.83
FES95.2 – EIGEN-2p	1.25	68.70
GRIM5-S1 – EIGEN-2Sp	0.20	16.11
Langperiodische Konstituenten		
FES95.2 – GRIM5-S1	0.34	2.20
FES95.2 – EIGEN-1S	0.27	8.60
FES95.2 – EIGEN-1	-	-
GRIM5-S1 – EIGEN-1S	0.08	6.83
FES95.2 – EIGEN-2Sp	0.28	6.58
FES95.2 – EIGEN-2p	-	-
GRIM5-S1 – EIGEN-2Sp	0.07	5.72
Eintägige Konstituenten		
FES95.2 – GRIM5-S1	0.18	5.81
FES95.2 – EIGEN-1S	0.43	9.22
FES95.2 – EIGEN-1	2.05	54.99
GRIM5-S1 – EIGEN-1S	0.39	11.54
FES95.2 – EIGEN-2Sp	0.20	6.49
FES95.2 – EIGEN-2p	0.95	77.26
GRIM5-S1 – EIGEN-2Sp	0.16	7.11
Halbtägige Konstituenten		
FES95.2 – GRIM5-S1	0.19	8.98
FES95.2 – EIGEN-1S	0.66	17.54
FES95.2 – EIGEN-1	2.89	72.05
GRIM5-S1 – EIGEN-1S	0.59	18.00
FES95.2 – EIGEN-2Sp	0.31	18.91
FES95.2 – EIGEN-2p	1.36	64.68
GRIM5-S1 – EIGEN-2Sp	0.23	19.19

Die RMS Werte sind sowohl für jeweils alle modellierten Konstituenten berechnet sowie getrennt für den langperiodischen, eintägigen und halbtägigen Bereich. Anhand von Tabelle 6.4 werden die anschaulichen Ergebnisse obiger Abbildungen in numerischen Werten bestätigt. Die RMS Werte der Differenzen zwischen der FES95.2 und EIGEN-1 Lösung sind jeweils am größten. Der Einfluss der CHAMP Daten auf die Ozeangezeitenparameter ist deutlich zu erkennen. Doch wird auch hier eine Genauigkeitssteigerung von der ersten zur zweiten Generation der EIGEN Lösungen ersichtlich. Die RMS Werte aller Konstituenten der Amplitudendifferenzen verkleinert sich unter Verwendung der EIGEN-2p bzw. EIGEN-2Sp Lösung im Vergleich zur EIGEN-1 bzw. EIGEN-1S Lösung um jeweils mehr als 50%. Bei der Betrachtung der einzelnen Frequenzbänder trifft diese Größenordnung auch für die eintägigen und halbtägigen Konstituenten zu, während die Genauigkeit der langperiodischen Anteile so gut wie gleich bleibt. Bei den Phasen ist eine solche positive Entwicklung leider nicht auszumachen. Hier verschlechtern sich die RMS Werte aller Konstituenten gar geringfügig für obigen Vergleich. Besonders auffällig sind die Abweichungen innerhalb des eintägigen Bandes bei den FES95.2/EIGEN-2p Differenzen im Vergleich zu denen zwischen der FES95.2 und EIGEN-1 Lösung.

6.11 Signifikanztest der Ozeangezeitenparameterdifferenzen

Die verschieden großen Differenzen zwischen den Modellen sowie die verschieden großen Standardabweichungen der jeweiligen Parameter werfen die Frage auf, welche Differenzen überhaupt signifikant sind. Der Ausdruck

$$\beta_i = \left\| \frac{Parameter_{i, Modell1} - Parameter_{i, Modell2}}{3\sqrt{\sigma_{Parameter i, Modell1}^2 + \sigma_{Parameter i, Modell2}^2}} \right\| \quad (6.2)$$

ist ein Maß für die Signifikanz der Differenz zwischen den Parametern aus den verschiedenen Lösungen. Im konkret vorliegenden Falle ist *Modell1* mit der Grenoble FES95.2 bzw. der GRIM5-S1 Lösung als Referenzlösung zu interpretieren. $\sigma_{Parameter i}$ bezeichnet die Standardabweichung des Parameters i bezüglich des 1σ -Bandes. Für das FES95.2 Modell sind keine Standardabweichungen gegeben, so dass in diesem Falle $\sigma_{Parameter i, EFES95.2} = 0$ gilt. Nimmt das Maß (6.2) einen Wert größer als 1 an, so kann von einer systematischen Abweichung des *Modells2* vom *Modell1* ausgegangen werden. Andernfalls ist die Abweichung nicht signifikant und über Rauschen zu erklären. Tabelle 6.5 zeigt die Ergebnisse des Maßes β_i für die verschiedenen Differenzen der Amplitudenlösungen (die Betrachtung der Phasen bringt analoge Ergebnisse).

Tabelle 6.5: Signifikanztest der Amplitudendifferenzen zwischen den Lösungen

D1 = FES95.2 - GRIM5-S1 D2 = FES95.2 - EIGEN-1S D3 = FES95.2 - EIGEN-1 D4 = GRIM5-S1 – EIGEN-1S				D5 = FES95.2 - EIGEN-2Sp D6 = FES95.2 - EIGEN-2p D7 = GRIM5-S1 – EIGEN-2Sp			
Konstituente	β (D1)	β (D2)	β (D3)	β (D4)	β (D5)	β (D6)	β (D7)
M_m (2 0)	37.65	6.33	-	1.99	10.11	-	2.32
M_f (2 0)	59.62	11.85	-	2.96	16.65	-	3.06
M_{im} (2 0)	10.53	0.90	-	1.90	1.03	-	2.73
Q_1 (2 1)	12.17	2.43	0.20	0.00	3.63	1.41	0.57
Q_1 (3 1)	0.18	0.04	0.79	0.08	0.17	0.47	0.11
Q_1 (4 1)	2.80	2.88	0.31	2.05	1.61	0.21	2.58
Q_1 (5 1)	6.91	2.54	1.40	0.92	2.49	0.72	0.18
O_1 (2 1)	15.43	3.22	0.18	1.14	4.24	3.92	1.80
O_1 (3 1)	4.67	0.61	1.13	0.64	0.83	1.79	1.56
O_1 (4 1)	9.59	2.42	0.19	0.74	1.63	1.97	2.83
O_1 (5 1)	0.96	0.01	1.68	0.15	0.43	2.29	0.19
K_1 (2 1)	101.95	33.37	0.15	0.58	50.56	5.11	0.37
K_1 (2 2)	2.13	4.11	2.04	4.59	2.26	2.61	3.01
K_1 (3 2)	0.97	4.20	0.03	3.78	2.94	2.75	2.19
K_1 (4 2)	1.86	1.56	2.44	0.96	1.32	4.62	1.97
K_1 (3 3)	1.05	13.19	7.92	11.54	7.29	4.84	4.58
K_1 (4 3)	4.53	0.68	0.12	0.69	2.24	1.25	4.55
K_1 (4 4)	4.87	1.63	0.62	0.33	4.64	3.04	6.71
$2N_2$ (2 2)	1.75	0.35	1.00	0.04	0.83	2.38	0.63
$2N_2$ (2 0)	4.87	0.45	8.57	1.62	0.62	7.77	0.95
$2N_2$ (3 2)	5.62	1.24	0.56	0.16	0.65	2.19	1.37
N_2 (2 2)	0.93	0.55	1.32	0.72	0.87	0.78	0.53
N_2 (3 2)	9.03	2.08	0.04	0.07	3.23	4.36	0.21
N_2 (4 2)	4.22	0.09	0.94	1.02	2.46	4.00	3.78
N_2 (5 2)	5.24	1.61	0.62	2.75	3.29	8.12	4.78
N_2 (3 3)	0.05	1.05	0.91	0.96	7.05	5.19	5.89
N_2 (4 3)	1.98	0.86	0.18	1.78	6.60	4.14	5.67
N_2 (4 4)	3.28	3.92	2.88	1.68	6.65	3.55	1.49
M_2 (2 0)	9.76	24.48	13.52	19.71	15.45	10.05	7.63
M_2 (2 1)	6.24	3.70	2.19	1.80	2.32	3.60	0.24
M_2 (3 1)	2.19	1.42	2.12	1.95	2.18	4.38	2.82
M_2 (4 1)	7.96	1.54	1.53	5.44	6.44	0.50	0.59

$M_2(5\ 1)$	1.09	1.84	0.86	1.47	0.69	4.56	1.05
$M_2(2\ 2)$	59.83	11.83	0.88	0.13	15.04	1.81	0.08
$M_2(3\ 2)$	13.38	3.16	1.06	0.18	5.11	3.49	1.24
$M_2(4\ 2)$	17.36	4.39	0.99	0.05	5.67	0.90	0.11
$M_2(5\ 2)$	25.67	4.83	0.01	0.65	7.53	3.27	0.16
$M_2(3\ 3)$	9.38	2.07	3.46	5.15	1.43	2.85	6.14
$M_2(4\ 3)$	3.64	0.98	0.88	2.80	4.49	1.96	0.02
$M_2(4\ 4)$	16.37	19.05	5.51	7.47	28.80	16.81	5.21
$S_2(2\ 0)$	2.08	13.39	6.27	11.16	6.87	4.73	3.13
$S_2(2\ 1)$	1.93	1.03	2.33	1.52	1.71	0.92	2.31
$S_2(3\ 1)$	1.52	4.49	3.72	4.74	4.20	4.32	4.46
$S_2(4\ 1)$	2.57	3.73	1.57	1.50	4.34	1.26	0.90
$S_2(5\ 1)$	1.57	2.79	3.49	3.13	3.03	3.83	3.41
$S_2(2\ 2)$	17.30	5.93	0.28	0.16	6.79	0.39	0.12
$S_2(3\ 2)$	3.03	0.66	2.27	1.37	1.25	0.56	2.14
$S_2(4\ 2)$	35.84	9.69	0.60	0.53	13.07	0.28	1.18
$S_2(5\ 2)$	0.41	2.48	5.50	2.35	2.93	4.49	2.72
$S_2(3\ 3)$	0.84	9.71	5.31	8.39	1.30	0.57	1.54
$S_2(4\ 3)$	0.42	0.55	0.68	0.30	9.64	4.02	6.20
$S_2(4\ 4)$	3.82	5.44	0.62	1.14	22.27	11.70	4.36
$K_2(2\ 2)$	9.97	3.53	1.02	1.50	6.08	0.89	3.48

Wie zu erkennen, ist der Großteil der Abweichungen zwischen den verschiedenen Modellen signifikant. Dies trifft zunächst für die FES95.2/GRIM5-S1 Differenzen zu. Mit der Berücksichtigung der CHAMP Daten wächst die Anzahl der nicht signifikanten Differenzwerte im Rahmen der EIGEN-1 bzw. EIGEN-1S Lösung. So ist die Anzahl der nicht signifikanten Werte für die FES95.2/EIGEN-1 Differenzen am Größten. Da sich die Ungenauigkeiten der EIGEN-1 Lösung wie zuvor gesehen weiterhin bedeutend auf die EIGEN-1S Lösung auswirken, fallen im Vergleich zu den FES95.2/GRIM5-S1 Abweichungen die signifikanten FES95.2/EIGEN-1S bzw. GRIM5-S1/EIGEN-1S Differenzen anzahlmäßig kleiner aus. Die Differenzen unter Beachtung der EIGEN-2p und EIGEN-2Sp Lösung sind jeweils anzahlmäßig öfter signifikant als deren Analogon zur EIGEN-1 und EIGEN-1S Lösung. Dies liegt daran, dass die Differenzwerte zwar kleiner werden, jedoch auch die Standardabweichungen der geschätzten Parameter (man vergleiche die Abbildungen 6.9, 6.10 mit den Abbildungen 6.17, 6.18), was sich nach Formel (6.2) in entgegengesetzter Art und Weise niederschlägt.

Tabelle 6.5 lässt klar erkennen, dass die Standardabweichungen der Ozeangezeitenparameter (denn im gleichen Sinne gilt diese Aussage auch für die Phasen) innerhalb der verschiedenen Modelle als zu optimistisch geschätzt sind. Im Optimalfall sollte keine systematische Abweichung zwischen den Modellen auftreten, das heißt sämtliche Werte β_i sollten kleiner

als 1 sein. Im Folgenden werden deshalb Kalibrationsfaktoren für die Standardabweichungen berechnet, welche realistischere Werte der Standardabweichungen ableiten lassen. Für den Kalibrationsfaktor gilt

$$k = \sqrt{\frac{\sum_i \beta_i^2}{N_{Parameter}}}, \tag{6.3}$$

wobei $N_{Parameter}$ die Anzahl der Parameter bezeichnet. Der Kalibrationsfaktor kann für die verschiedenen ‚satellite-only‘ Lösungen jeweils für Amplitude und Phase berechnet werden. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 6.6 angegeben.

Tabelle 6.6: Kalibrationsfaktoren für die Standardabweichungen

D1 = FES95.2 - GRIM5-S1 D2 = FES95.2 - EIGEN-1S D3 = FES95.2 - EIGEN-1 D4 = GRIM5-S1 – EIGEN-1S				D5 = FES95.2 - EIGEN-2Sp D6 = FES95.2 - EIGEN-2p D7 = GRIM5-S1 – EIGEN-2Sp			
Parameter	k (D1)	k (D2)	k (D3)	k (D4)	k (D5)	k (D6)	k (D7)
Amplitude	20.97	7.83	3.31	-	10.35	4.61	-
Phase	9.45	4.48	4.23	-	6.80	7.17	-
$\sigma_{Parameter\ i, FES95.2} = \sigma_{Parameter\ i, GRIM5-S1}$							
Amplitude	14.83	7.29	3.29	-	8.48	4.09	-
Phase	6.68	3.90	3.98	-	4.60	6.59	-
Mittel k_m	10.76	5.60	3.64	-	6.54	5.34	-

Vor allem die Werte k aus den FES95.2/GRIM5-S1 Differenzen fallen sehr groß aus, was impliziert, dass die Standardabweichungen der GRIM5-S1 Ozeangezeitenlösung viel zu optimistisch geschätzt sind (im Vergleich wird für die GRIM5-S1 Erdschwerefeldlösung ein a posteriori Faktor von 5 angenommen). Am realistischsten sind nach Tabelle 6.6 die Standardabweichungen der EIGEN-1 Lösung angegeben. Die Kalibrationsfaktoren sind hier 3.31 für die Amplituden und 4.23 für die Phasen. Die Kalibrationsfaktoren des EIGEN-1S und EIGEN-2Sp Modells fallen insgesamt ein wenig höher aus, als diese der entsprechenden ‚CHAMP-only‘ Lösung (im Gegensatz zur GRIM5-S1 Erdschwerefeldlösung werden für die EIGEN ‚satellite-only‘ Erdschwerefeldlösungen gradabhängige a posteriori Faktoren angenommen mit $45/l$ für $0 \leq l \leq 36$ und 1.25 für $l > 36$). Für realistischere Werte der Standardabweichungen $\tilde{\sigma}$ der Ozeangezeitenparameter aus den verschiedenen Modellen im Gegensatz zu den angegebenen Werten ist

$$\tilde{\sigma}_{Parameter\ i, Modell\ j} = k \cdot \sigma_{Parameter\ i, Modell\ j} \tag{6.4}$$

für das jeweilige ‚satellite-only‘ (bzw. ‚CHAMP-only‘) Modell j zu setzen. Die überraschend großen Kalibrationsfaktoren für die GRIM5-S1 Lösung gründen zum einen aus wenigen großen Werten β_i , zum anderen aus den wie schon erwähnten recht kleinen Standardabweichungen. Weiterhin wird das FES95.2 Modell stets als fehlerfrei angenommen, was tatsächlich natürlich nicht zutrifft. Berechnet man die Kalibrationsfaktoren der verschiedenen Lösungen unter der Annahme, dass die Standardabweichungen des FES95.2 Modells gleich groß sind, wie diese der GRIM5-S1 Lösung – folglich $\sigma_{\text{Parameter } i, \text{FES95.2}} = \sigma_{\text{Parameter } i, \text{GRIM5-S1}}$ –, so werden die entsprechenden Werte in Tabelle 6.6 jeweils kleiner, im Falle der GRIM5-S1 um den Faktor $\sqrt{2}$. Für die Amplituden resultiert dann der Kalibrationsfaktor 14.83, für die Phasen 6.68. Für die anderen Modelle verkleinern sich die Faktoren nicht in diesem Maße, da deren Standardabweichungen jeweils um einiges größer sind als diese der GRIM5-S1 Lösung und somit die angenommenen Fehler $\sigma_{\text{Parameter } i, \text{FES95.2}}$ nicht so stark ins Gewicht fallen. In der untersten Zeile von Tabelle 6.6 sind die Mittelwerte k_m letzterer Kalibrationsfaktoren angegeben.

6.12 Korrelationsuntersuchung

Im Rahmen der Ausgleichung der Koeffizienten $\bar{C}_{lm,s}^\pm, \bar{S}_{lm,s}^\pm$ (aus denen durch Umkehrung von (3.22) die Berechnung der Amplituden $\bar{D}_{lm,s}^\pm$ und Phasen $\hat{\epsilon}_{lm,s}^\pm$ erfolgt) der einzelnen Konstituenten zur Beschreibung der Ozeantidenhöhen treten durch den endlichen Beobachtungszeitraum Korrelationen zwischen den geschätzten Größen auf. Rein theoretisch ist eine Schätzung der Koeffizienten korrelationsfrei (bzw. mit vernachlässigbarer Korrelation) denkbar. Jedoch – wie gesagt – hat diese Aussage lediglich in der Theorie Gültigkeit. In Tabelle 6.7 sind die größten Korrelationen zwischen den Koeffizienten der Konstituenten der verschiedenen Lösungen angegeben. Die Korrelation ist dabei ein Maß dafür, in wie weit die einzelnen Parameter unabhängig voneinander geschätzt werden. Nimmt die Korrelation den Wert 1 an, so werden die entsprechenden Größen überhaupt nicht getrennt voneinander gelöst, sondern sind eine Linearkombination. Allgemein ist ein Korrelationsfaktor kleiner als 0.8 für eine Trennung der Parameter akzeptabel. Bei Betrachtung von Tabelle 6.7 überschreiten jedoch einige Werte diese Grenze. Dabei ist festzustellen, dass für die ‚CHAMP-only‘ Lösungen jeweils Paare von Konstituenten mit entweder geradem bzw. ungeradem Entwicklungsgrad innerhalb des halbtägigen und eintägigen Bandes in starkem Masse korrelieren. Anders geschrieben kann dieser Zusammenhang erfasst werden durch die Korrelation der Konstituente $\Psi(4+i,1)$ mit $\Psi(2+i,1)$, $i = \{0,1\}$ bzw. der Korrelation der Konstituente $\Psi(4+i,2)$ mit $\Psi(2+i,2)$, $i = \{0,1\}$ der Welle Ψ . Interessant sind im Vergleich dazu die Korrelationswerte der kombinierten ‚satellite-only‘ Lösungen EIGEN-1S und EIGEN-2S. Wie man sieht, sind hier die halbtägigen Konstituenten weit besser getrennt bestimmt, so dass große Korrelationen nur noch im eintägigen Band auftreten.

Diese Erkenntnis ist wichtig, ist doch im halbtägigen Frequenzband das hauptsächliche Gezeitsignal enthalten.

Tabelle 6.7: Korrelationen zwischen den geschätzten Parametern

Korrelierende Konstituenten	Korrelation									
	GRIM5-S1		EIGEN-1S		EIGEN-1		EIGEN-2Sp		EIGEN-2p	
	$C_{lm,s}$	$S_{lm,s}$								
$Q_1(4\ 1)$ mit $Q_1(2\ 1)$			-0.58	-0.58	-0.99	-0.99	-0.72	-0.72	-0.99	-1.00
$Q_1(5\ 1)$ mit $Q_1(3\ 1)$					-0.92	-0.89			-0.86	-0.91
$O_1(4\ 1)$ mit $O_1(2\ 1)$			-0.60	-0.64	-0.99	-0.99	-0.69	-0.76	-1.00	-1.00
$O_1(5\ 1)$ mit $O_1(3\ 1)$					-0.90	-0.92			-0.89	-0.89
$K_1(4\ 2)$ mit $K_1(2\ 2)$					-0.95	-0.96	-0.61	-0.69	-0.95	-0.96
$2N_2(4\ 2)$ mit $2N_2(2\ 2)$					-0.80	-0.77			-0.67	-0.67
$N_2(4\ 2)$ mit $N_2(2\ 2)$					-0.86	-0.98			-0.67	-0.68
$N_2(5\ 2)$ mit $N_2(3\ 2)$	-0.61	-0.61			-0.94	-0.95			-0.92	-0.92
$M_2(4\ 1)$ mit $M_2(2\ 1)$			-0.88	-0.87	-1.00	-1.00	-0.74	-0.73	-1.00	-1.00
$M_2(5\ 1)$ mit $M_2(3\ 1)$	-0.70	-0.70	-0.74	-0.73	-0.91	-0.90	-0.94	-0.94	-0.90	-0.90
$M_2(4\ 2)$ mit $M_2(2\ 2)$					-0.82	-0.82			-0.69	-0.72
$M_2(5\ 2)$ mit $M_2(3\ 2)$	-0.56	-0.57			-0.93	-0.94			-0.91	-0.91
$S_2(4\ 1)$ mit $S_2(2\ 1)$			-0.82	-0.81	-0.99	-0.99	-0.77	-0.76	-0.99	-0.99
$S_2(5\ 1)$ mit $S_2(3\ 1)$			-0.65	-0.65	-0.91	-0.90	-0.92	-0.91	-0.90	-0.90
$S_2(4\ 2)$ mit $S_2(2\ 2)$					-0.61	-0.57			-0.48	-0.65
$S_2(5\ 2)$ mit $S_2(3\ 2)$					-0.92	-0.89			-0.87	-0.84
Weitere Korrelationswerte	< 0.54 > -0.55		< 0.57 > -0.44		< 0.61 > -0.49		< 0.55 > -0.44		< 0.45 > -0.39	

Einen Rückschluss auf das Aussehen der Ozeangezeitenparameterdifferenzen lässt sich aus den Korrelationen nicht ableiten, da keine einheitliche Struktur zu erkennen ist. Bemerkenswert ist an dieser Stelle noch, dass ebenfalls keine deutliche Struktur abzulesen ist in bezug der Änderung der Korrelationswerte zwischen der ersten und zweiten Generation an EIGEN Lösungen. Wiewohl insgesamt eine kleine Verbesserung zu verbuchen ist. Auffällig ist, dass die betragsmäßig großen Korrelationen für alle Modelle durchweg negativ sind. Anschaulich bedeutet dies, dass die entsprechenden Größen in entgegengesetzter Richtung voneinander abhängen. Die GRIM5-S1 Lösung hat die wenigsten relativ hohen Korrelationen aufzuweisen. Zudem liegen sie alle deutlich unterhalb von 0.8 und sind damit in einem zufriedenstellenden Bereich.

6.2 Vergleich der absoluten Ozeantidenhöhen

Formel (6.5) gibt die Ozeantidenhöhe $\xi_s(\lambda, \varphi, t)$ am Ort (λ, φ) zur Zeit t vor (man vergleiche mit Formel (3.23)) mit

$$\xi_s(\lambda, \varphi, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{+}^{-} \bar{D}_{lm,s}^{\pm} \sin(\theta_s + \chi \pm m\lambda + \hat{\varepsilon}_{lm,s}^{\pm}) \bar{P}_{lm}(\sin \varphi). \quad (6.5)$$

Gegeben sind darin die normierten Amplituden $\bar{D}_{lm,s}^{\pm}$ und Phasen $\hat{\varepsilon}_{lm,s}^{\pm}$ der in Tabelle 6.2 zusammengestellten 53 (bzw. für die ‚CHAMP-only‘ Lösungen 50) Konstituenten von 11 (bzw. 8) Wellen (ausschließlich prograde Anteile). Die zeitliche Abhängigkeit ist im astronomischen Argument θ_s enthalten mit

$$\theta_s = \omega_s t = (d_{1,s} f_{\tau} + d_{2,s} f_s + d_{3,s} f_h + d_{4,s} f_p + d_{5,s} f_{N'} + d_{6,s} f_{p_s}) \cdot t. \quad (6.6)$$

Die Frequenzen f_i sind in Tabelle 2.1 gegeben. $d_{1,s} d_{2,s} d_{3,s} d_{4,s} d_{5,s} d_{6,s}$ ist der DOODSON Code der Gezeitenwelle s gemäß (2.22). Der Zeitpunkt t wird in den folgenden Berechnungen zu $t = 1h$ gewählt. Dabei ist die Wahl dieses Zeitpunktes beliebig, da es sich im Folgenden stets um globale Darstellungen handeln wird. Die Berechnung der Ozeantidenhöhe $\xi_s(\lambda, \varphi, t)$ erfolgt für jede Welle s getrennt in einem globalen $1^\circ \times 1^\circ$ Gitter mit $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ und $0^\circ \leq \lambda \leq 360^\circ$. Die Aufsummierung über alle Wellen ergibt die Gesamtdeformation. Diese ist für die GRIM5-S1, EIGEN-1S, EIGEN-1 und FES95.2 Ozeangezeitenlösung in den Abbildungen 6.19 bis 6.22 dargestellt. Dabei soll an dieser Stelle noch einmal darauf hingewiesen werden, dass im Rahmen der ‚CHAMP-only‘ Lösungen keine langperiodischen Anteile geschätzt werden und somit in der dargestellten EIGEN-1 Lösung nicht enthalten sind. Beim Betracht der Abbildungen ist zunächst das hauptsächlich halbtägige Auftreten der Gezeiten festzustellen. Lediglich für die EIGEN-1 Lösung sind die Isolinien der Ozeantidenhöhe mit schwer zu durchschauender Struktur angeordnet. Die Ozeantidenhöhen aus der GRIM5-S1 Lösung nehmen Werte von $-40.9cm$ bis $+52.8cm$ an. Für die FES95.2 Lösung gilt ein Wertebereich von $-39.4cm$ bis $+48.4cm$; der Einfluss der CHAMP Daten lässt die Ozeantidenhöhe aus der EIGEN-1S Lösung im Vergleich zur GRIM5-S1 Lösung zwar im Bereich $-39.7cm$ bis $+53.7cm$, jedoch liegen mehr betragsmäßig große Werte vor. Dieser Umstand kann anhand von Abbildung 6.21 nachvollzogen werden, in welchem die Ozeantidenhöhen aus der EIGEN-1 Lösung Werte von $-64.4cm$ bis $+78.2cm$ annehmen. Allgemein lässt sich sagen, dass das räumliche Aussehen der Ozeantidenhöhe für die GRIM5-S1, EIGEN-1S und FES95.2 Lösung sehr ähnlich ausfällt; Unterschiede sind in den Werten hauptsächlich quantitativ zu erkennen. Die räumliche Struktur der ‚CHAMP-only‘ Lösung hingegen hat mit deren Aussehen nur teilweise Gemeinsamkeiten.

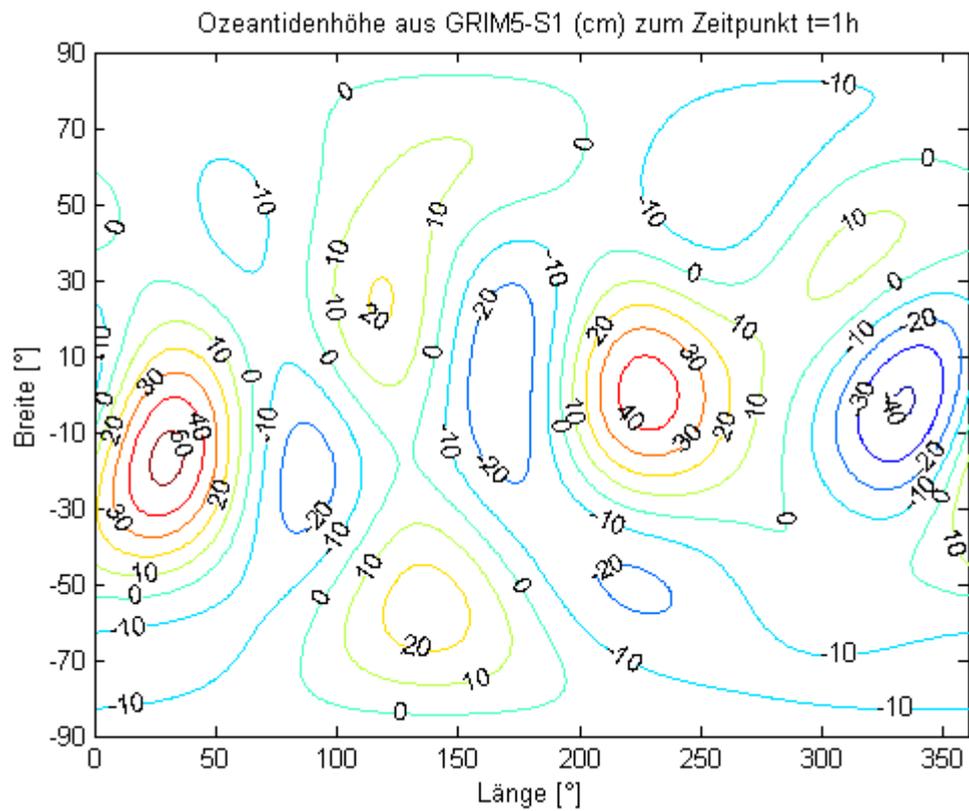


Abbildung 6.19: Absolute Ozeantidenhöhe aus GRIM5-S1

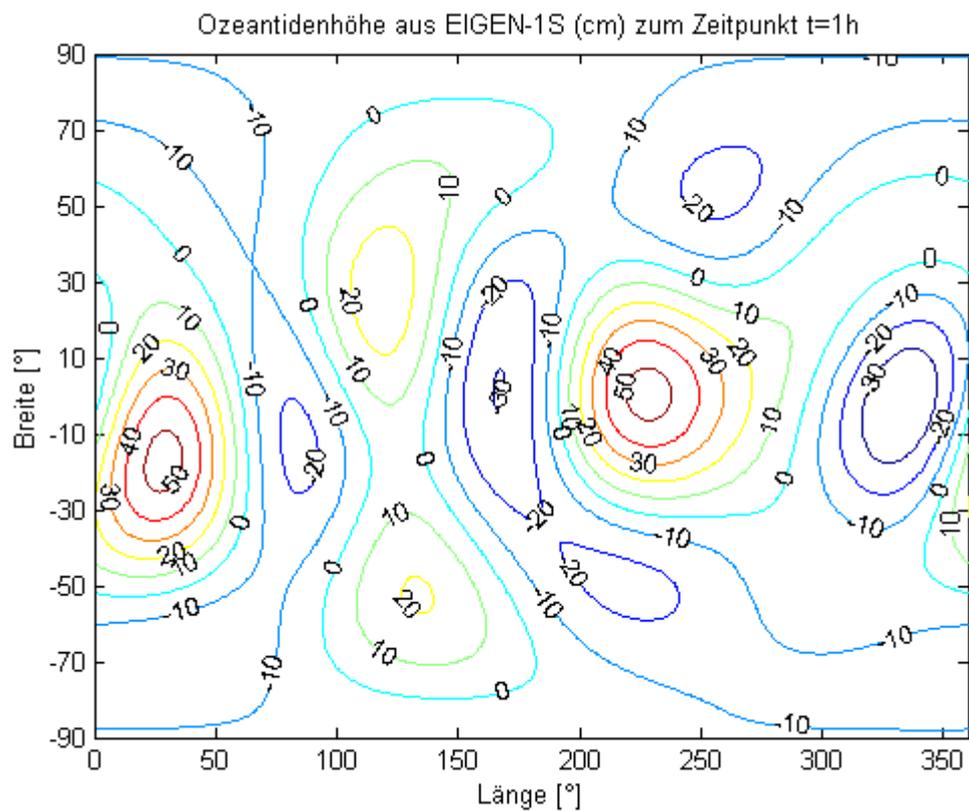


Abbildung 6.20: Absolute Ozeantidenhöhe aus EIGEN-1S

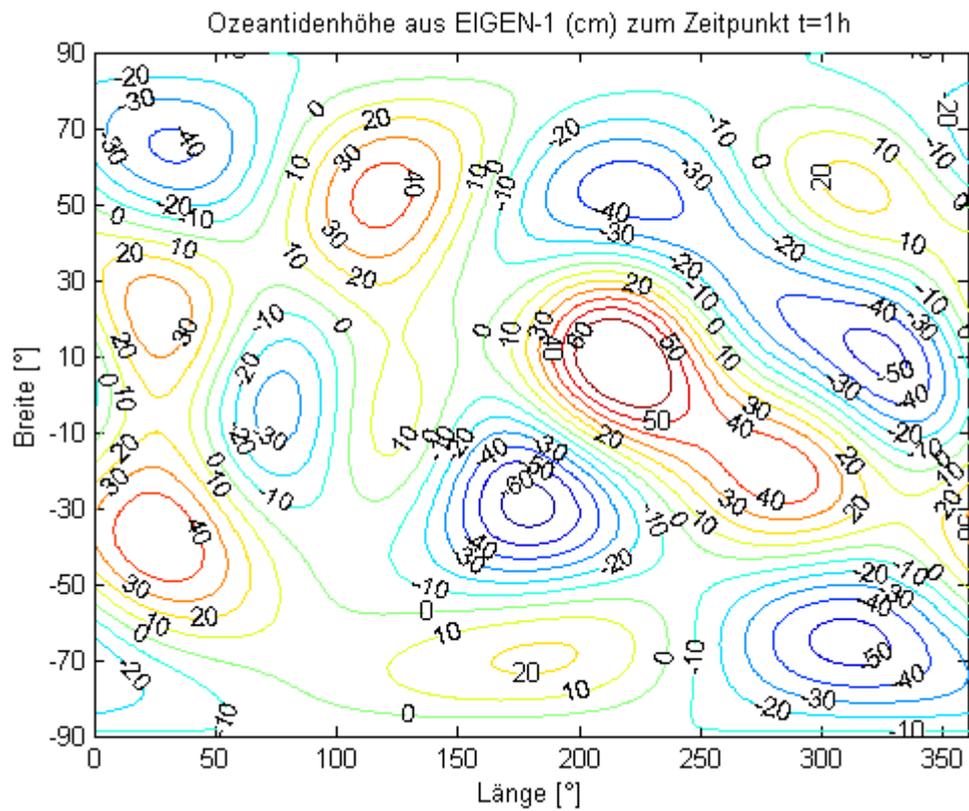


Abbildung 6.21: Absolute Ozeantidenhöhe aus EIGEN-1

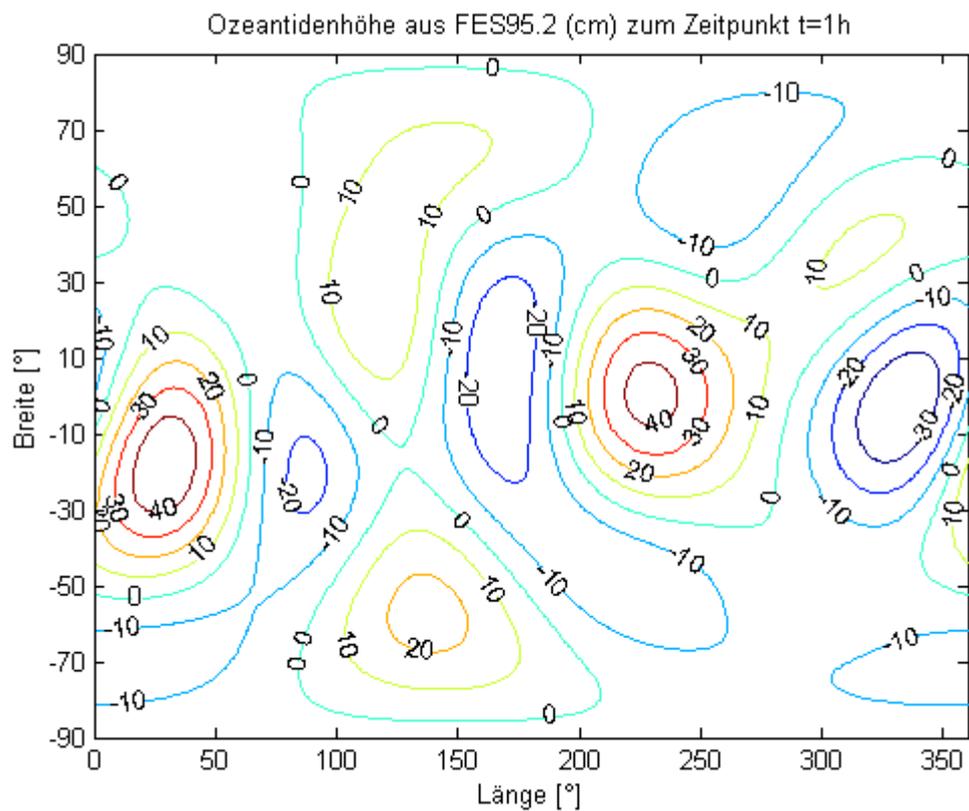


Abbildung 6.22: Absolute Ozeantidenhöhe aus FES95.2

6.3 Ozeantidenhöhendifferenzen

Mehr Aufschluss über die Unterschiede der verschiedenen Lösungen liefern die Ozeantidenhöhendifferenzen zwischen den absoluten Tidenhöhen. Für eine Welle s wird die relative Ozeantidenhöhe zu

$$\Delta \xi_s(\lambda, \varphi, t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{+}^{-} \left(\bar{D}_{lm,s}^{\pm, Modell1} \sin \left[\theta_s + \chi \pm m\lambda + \hat{\varepsilon}_{lm,s}^{\pm, Modell1} \right] - \bar{D}_{lm,s}^{\pm, Modell2} \sin \left[\theta_s + \chi \pm m\lambda + \hat{\varepsilon}_{lm,s}^{\pm, Modell2} \right] \right) \bar{P}_{lm}(\sin \varphi). \quad (6.7)$$

In den Abbildungen 6.23 bis 6.26 sind die relativen Ozeantidenhöhen $\Delta \xi(\lambda, \varphi, t)$ nach der Aufsummierung über alle im Rahmen der verschiedene Modelle geschätzten Wellen s dargestellt. Weiterhin ist der Zeitpunkt zu $t = 1h$ gesetzt. In den Abbildungen spiegeln sich die Erkenntnisse aus Kapitel 6.1 direkt wieder. So schlagen sich die Differenzen in den Ozeangezeitenparametern in den Ozeantidenhöhendifferenzen qualitativ nieder. Die Abweichungen zwischen der FES95.2 und GRIM5-S1 Lösung sind deutlich am kleinsten. Sie bewegen sich im Bereich $-5.9cm$ bis $+5.4cm$. Dies zeigt einmal mehr, dass diese beiden Modelle sehr gut miteinander übereinstimmen. Die Hinzunahme der CHAMP Daten in den FES95.2/EIGEN-1S Differenzen lassen nicht nur die Werte selbst größer werden (von $-9.7cm$ bis $+7.5cm$), gleichzeitig ändert sich auch das räumliche Bild der Differenzwerte. Natürlich liefern diese Erkenntnisse auch die GRIM5-S1/EIGEN-1S Differenzen, da sich die beiden Lösungen ja lediglich in den CHAMP Daten unterscheiden. Die Abweichungen zwischen dem Grenoble Modell und der ‚CHAMP-only‘ Lösung nehmen im Vergleich mit Abbildung 6.21 zu erwartende sehr große Werte von über $40cm$ (positiv und negativ) an. Insgesamt kommt somit die GRIM5-S1 Lösung dem Referenzmodell FES95.2 bezüglich der Ozeantidenhöhen deutlich am nächsten. Der CHAMP Satellit – genauer gesagt die dreimonatigen CHAMP Daten – ändert sowohl das räumliche als auch das quantitative Auftreten der Tidenhöhen in negativem Masse. Die EIGEN-1 Lösung schneidet beim Betracht der Ozeantidenhöhendifferenzen äußerst schlecht ab. Da sich die Ozeantidenhöhe direkt auf Geoidänderung auswirkt, treffen die hier formulierten Aussagen auch analog für die folgenden Untersuchungen zu.

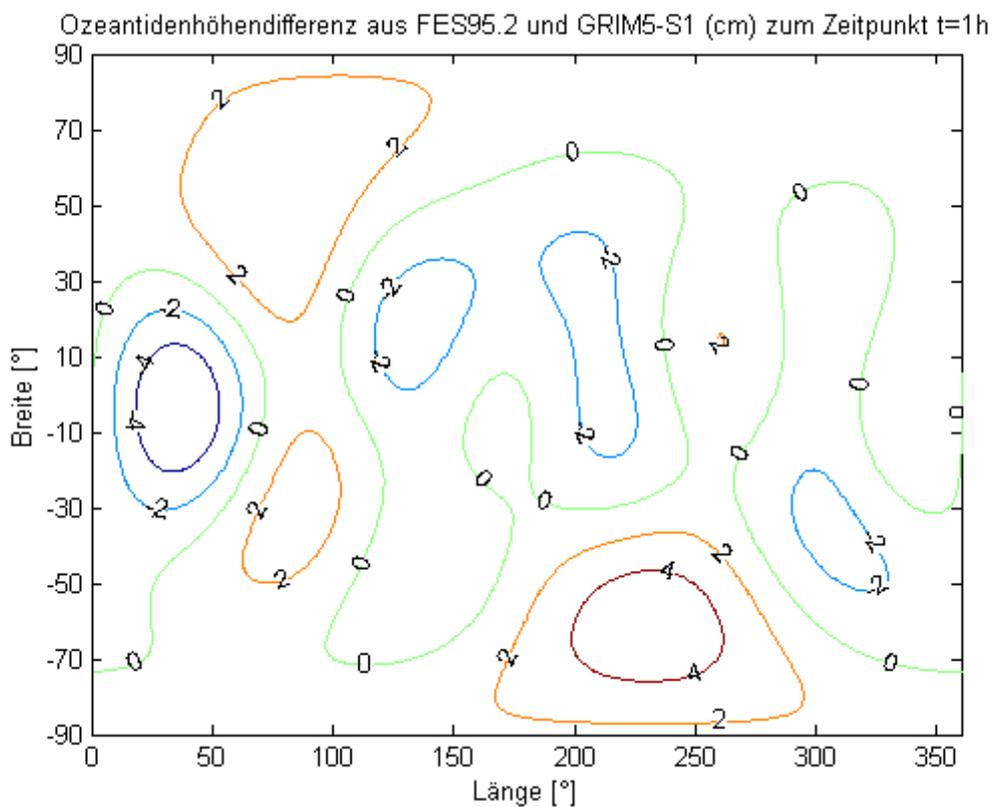


Abbildung 6.23: Ozeantidenhöhendifferenz FES95.2/GRIM5-S1

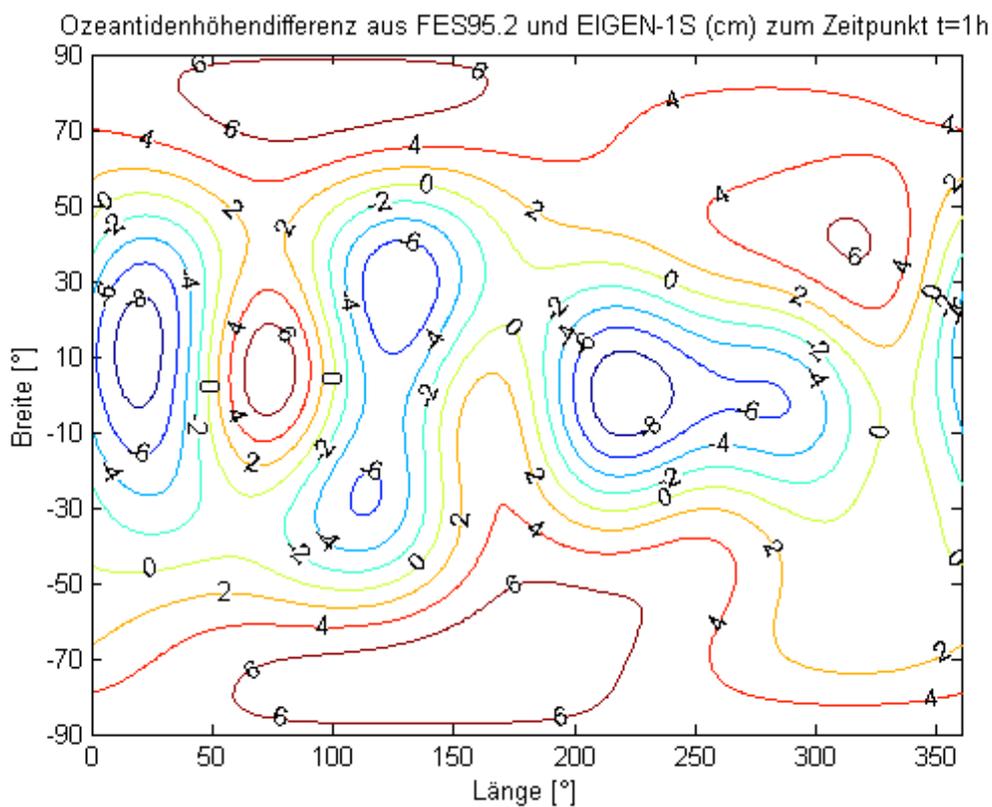


Abbildung 6.24: Ozeantidenhöhendifferenz FES95.2/EIGEN-1S

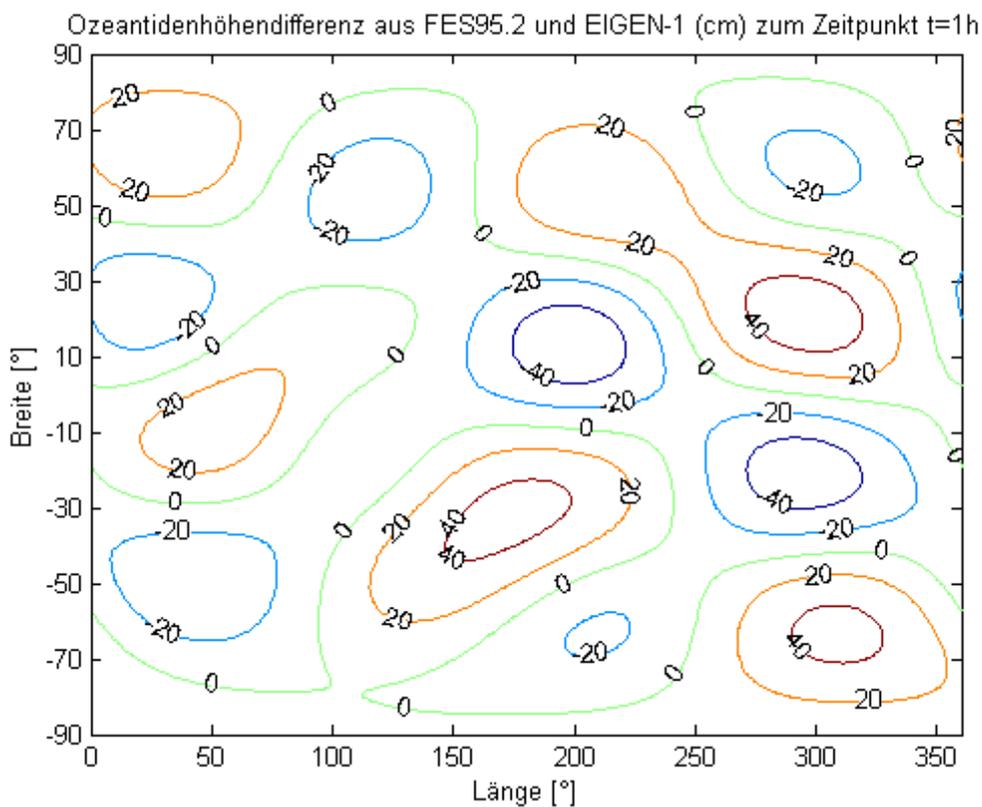


Abbildung 6.25: Ozeantidenhöhendifferenz FES95.2/EIGEN-1

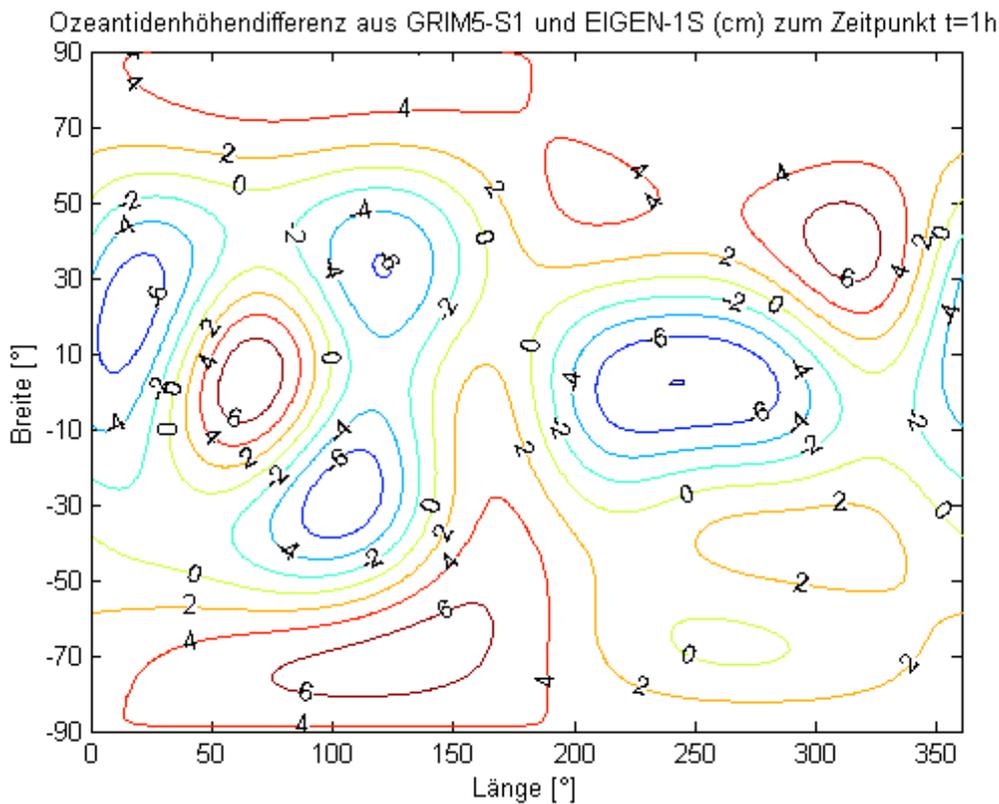


Abbildung 6.26: Ozeantidenhöhendifferenz GRIM5-S1/EIGEN-1S

Eine bedeutende Verbesserung in der Modellierung der Ozeangezeiten ist hingegen für die EIGEN-2p bzw. EIGEN-2Sp Lösung zu erkennen. In Abbildung 6.27 sind beispielhaft die Ozeantidendifferenzen zwischen genannter ‚satellite-only‘ Lösung und dem FES95.2 Referenzmodell gegeben. Wie zu sehen ist, bewegen sich die Abweichungen nunmehr nur noch im Bereich von -5.8cm bis $+6.3\text{cm}$, wohingegen zuvor eine analoge Spanne von -9.7cm bis $+7.5\text{cm}$ zu verzeichnen war. Insgesamt verringern sich die Abweichungen im globalen quadratischen Mittel um 48% im Vergleich zu den FES95.2/EIGEN-1S Differenzen. Diese Erkenntnisse lassen sich ebenfalls auf die FES95.2/EIGEN-2p bzw. GRIM5-S1/EIGEN-2Sp Differenzen übertragen, welche hier nicht graphisch dargestellt sind. Für Erstere bewegen sich die Abweichungen im Bereich -37.0cm bis $+36.6\text{cm}$ (Verbesserung des globalen quadratischen Mittels um 27.5%), für Zweitgenannte von -5.5cm bis $+5.4\text{cm}$ (Verbesserung des globalen quadratischen Mittels um 29.2%). Im Vergleich mit den EIGEN Lösungen der ersten Generation ist somit durch die Auswertung bzw. Berücksichtigung weiterer vier Monate an CHAMP Beobachtungen eine deutliche Genauigkeitssteigerung zu erkennen, was im übrigen aus den Ergebnissen in Kapitel 6.1 in dieser Art und Weise zu erwarten war.

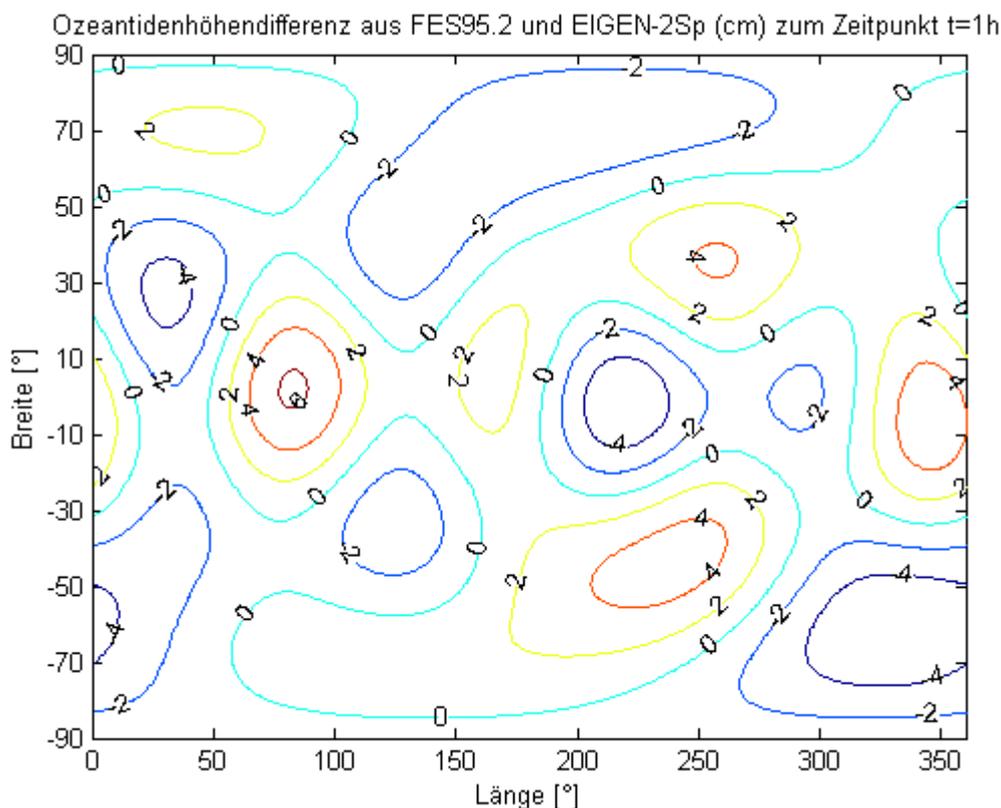


Abbildung 6.27: Ozeantidendifferenz FES95.2/EIGEN-2Sp

6.4 Vergleich der absoluten Änderung des Geoids

Mit den gegebenen normierten Amplituden $\bar{D}_{lm,s}^+$ und Phasen $\hat{\varepsilon}_{lm,s}^+$ können wie in Kapitel 3.4 beschrieben die normierten Potentialkoeffizienten $\Delta\bar{C}_{lm,s}$ und $\Delta\bar{S}_{lm,s}$ in Darstellung (3.35) einschließlich des Deformationspotentials über die Auflastzahlen $k'_{l,s}$ berechnet werden. Nach der Formel von Bruns hängt das Störpotential $\Delta U_s(r_E, \lambda, \varphi)$ der Welle s in (3.34) mit der Änderung des Geoids in radialer Richtung $N_{r,s}$ über die Normalschwere zusammen:

$$N_{r,s}(r_E) = \frac{\Delta U_s(r_E, \lambda, \varphi)}{\gamma_E(r_E)} = \frac{\Delta U_s(r_E, \lambda, \varphi)}{\frac{Gm_E}{r_E^2}}. \quad (6.8)$$

Mit der Darstellung (3.34) für das Störpotential wird an der Erdoberfläche ($r_E = R_E$)

$$N_{r,s}(R_E) = R_E \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\sin \varphi) \left[\Delta\bar{C}_{lm,s} \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{lm,s} \sin m\lambda \right]. \quad (6.9)$$

Die Aufsummierung über alle Wellen s ergibt die gesamte Änderung N_r des Geoids infolge des Ozeangezeitenpotentials mit

$$N_r = \sum_s N_{r,s}. \quad (6.10)$$

Nach SCHWINTZER ET AL. (1998) werden folgende numerische Werte für die Konstanten verwendet:

$$R_E = 6378136.460m, \quad Gm_E = 3.986004415 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2, \quad \rho_w = 1025 \text{ kg}/\text{m}^3. \quad (6.11)$$

Für die Gravitationskonstante wird $G = 6.6739 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$ gesetzt. In den Abbildungen 6.28 bis 6.31 sind die absoluten Änderung des Geoids für die verschiedenen Ozeangezeitenparameterlösungen (wiederum für $t = 1h$) dargestellt. Wie zu erkennen ist, haben Ozeantidenhöhen von 20cm eine Änderung des Geoids von ca. 1cm zur Folge. Der räumliche Verlauf der Isolinien entspricht natürlich generell dem der absoluten Tidenhöhen. Deshalb lassen sich die in Kapitel 6.2 getroffenen Aussagen hierhin übertragen. Die absoluten Geoidänderungen bewegen sich im Bereich von $-2cm$ bis $+3cm$. Nur aus der EIGEN-1 Lösung resultieren Werte von deutlich kleiner als $-3cm$ bzw. größer als $+4cm$.

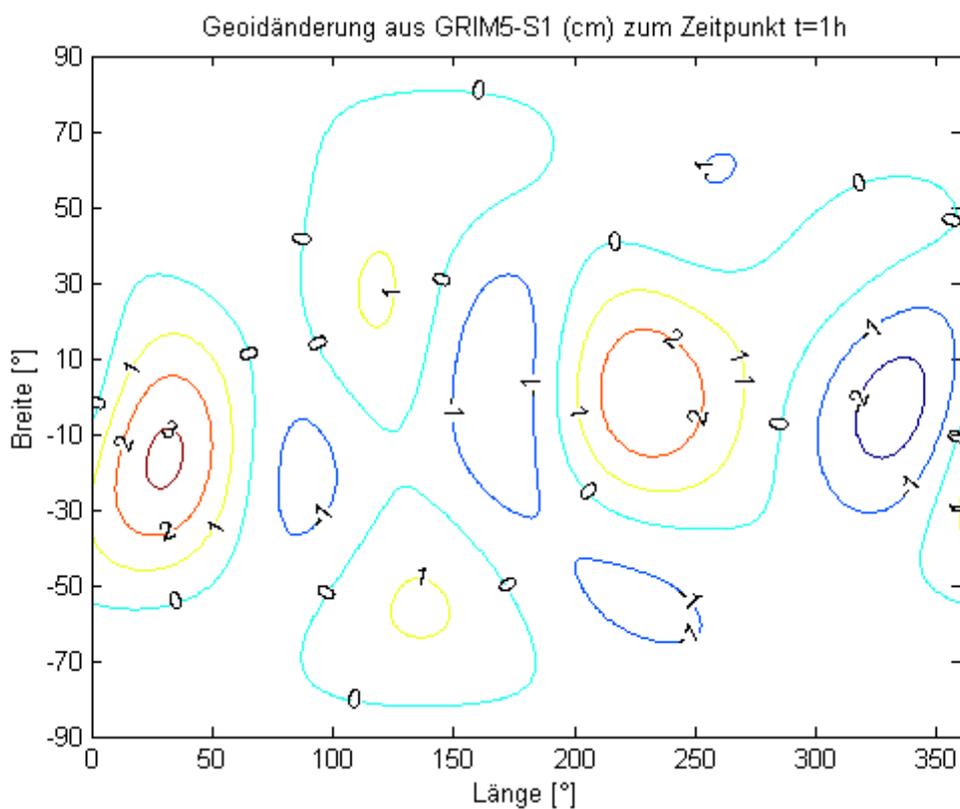


Abbildung 6.28: Absolute Änderung des Geoids aus GRIM5-S1

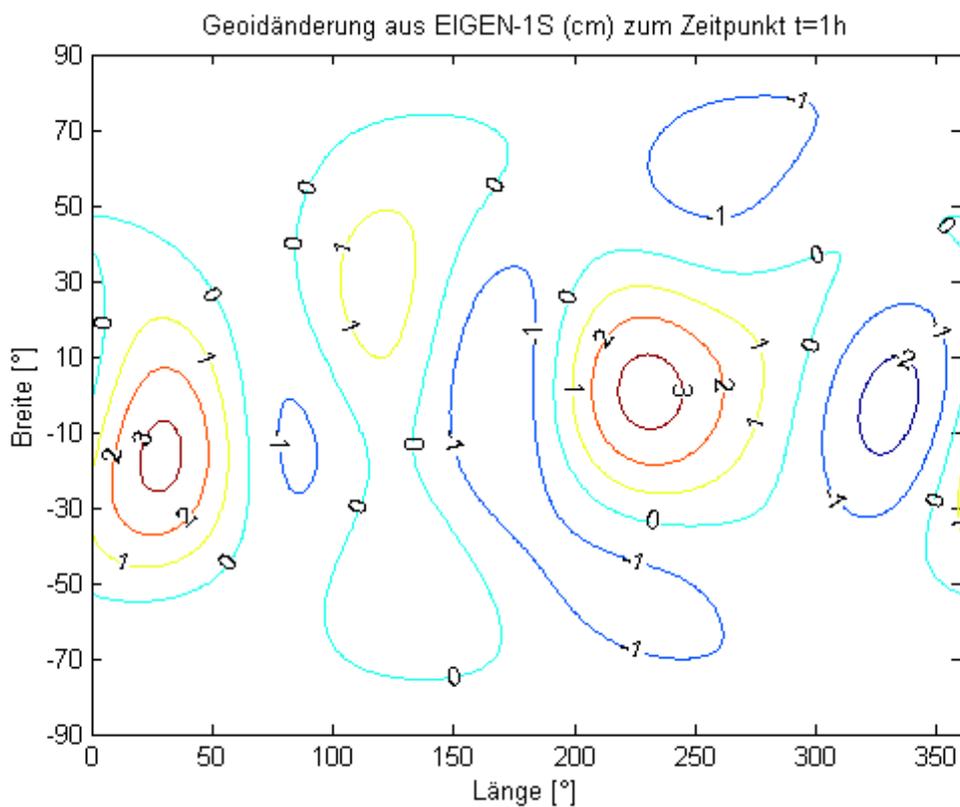


Abbildung 6.29: Absolute Änderung des Geoids aus EIGEN-1S

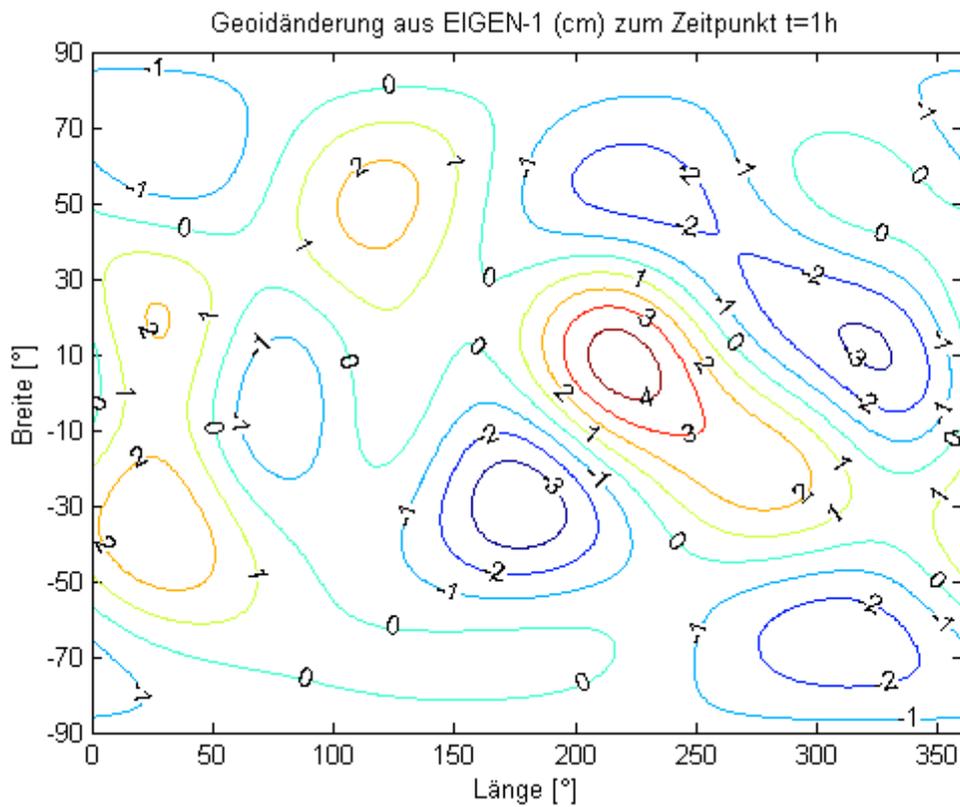


Abbildung 6.30: Absolute Änderung des Geoids aus EIGEN-1

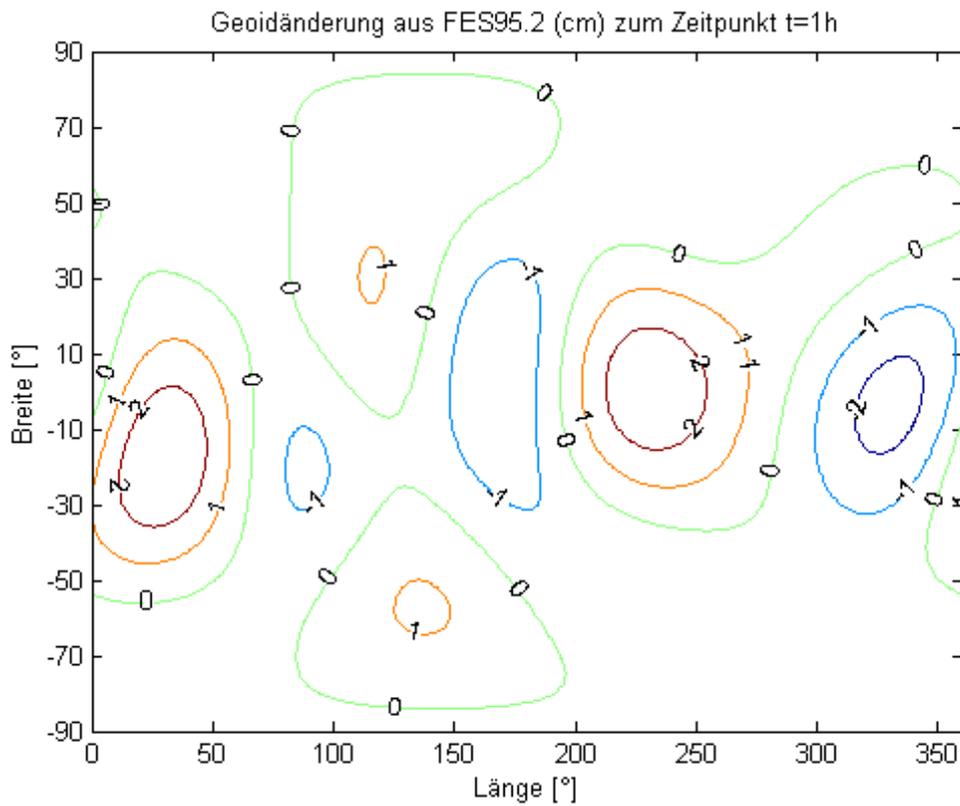


Abbildung 6.31: Absolute Änderung des Geoids aus FES95.2

6.5 Geoidänderungsdifferenzen

Wiederum ist es interessanter, an dieser Stelle relative Änderungen aus den verschiedenen Lösungen zu betrachten aus den Differenzen zwischen den absoluten Geoidänderungen. Bei dieser Vorgehensweise wird aus den Potentialkoeffizienten (3.35)

$$\begin{aligned} \Delta\Delta\bar{C}_{lm,s} &= F_{lm} \sum_{+}^{\bar{}} \left(\frac{1+k'_{l,s}}{2l+1} \right) \left(D_{lm,s}^{\pm \text{Modell1}} \cos(\theta_s - \varepsilon_{lm,s}^{\pm \text{Modell1}}) - \right. \\ &\quad \left. - D_{lm,s}^{\pm \text{Modell2}} \cos(\theta_s - \varepsilon_{lm,s}^{\pm \text{Modell2}}) \right), \\ \Delta\Delta\bar{S}_{lm,s} &= F_{lm} \sum_{+}^{\bar{}} \mp \left(\frac{1+k'_{l,s}}{2l+1} \right) \left(D_{lm,s}^{\pm \text{Modell1}} \sin(\theta_s - \varepsilon_{lm,s}^{\pm \text{Modell1}}) - \right. \\ &\quad \left. - D_{lm,s}^{\pm \text{Modell2}} \sin(\theta_s - \varepsilon_{lm,s}^{\pm \text{Modell2}}) \right). \end{aligned} \quad (6.12)$$

Formel (6.9) gilt weiterhin mit

$$\begin{aligned} \Delta\bar{C}_{lm,s} &\rightarrow \Delta\Delta\bar{C}_{lm,s}, \\ \Delta\bar{S}_{lm,s} &\rightarrow \Delta\Delta\bar{S}_{lm,s}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

In den Abbildungen 6.32 bis 6.35 sind die Geoidänderungsdifferenzen zwischen den Modellen GRIM5-S1, EIGEN-1S, EIGEN-1 und FES95.2 graphisch dargestellt. Wie zu erwarten, fallen die Differenzen zwischen der FES95.2 und GRIM5-S1 Lösung am Kleinsten aus. Die Werte bewegen sich von -0.36cm bis $+0.32\text{cm}$. Die FES95.2/EIGEN-1S Differenzen nehmen Werte von -0.62cm bis $+0.53\text{cm}$ an. Dabei ist der Einfluss der dreimonatigen CHAMP Daten auf die Geoidänderung in den GRIM5-S1/EIGEN-1S Differenzen mit -0.53cm bis $+0.43\text{cm}$ zu sehen. Diese Differenzen sind beträchtlich, was auch die Abweichungen in der Geoidänderung zwischen der FES95.2 und EIGEN-1 Lösung bestätigen mit Werten von -3.03cm bis $+2.93\text{cm}$.

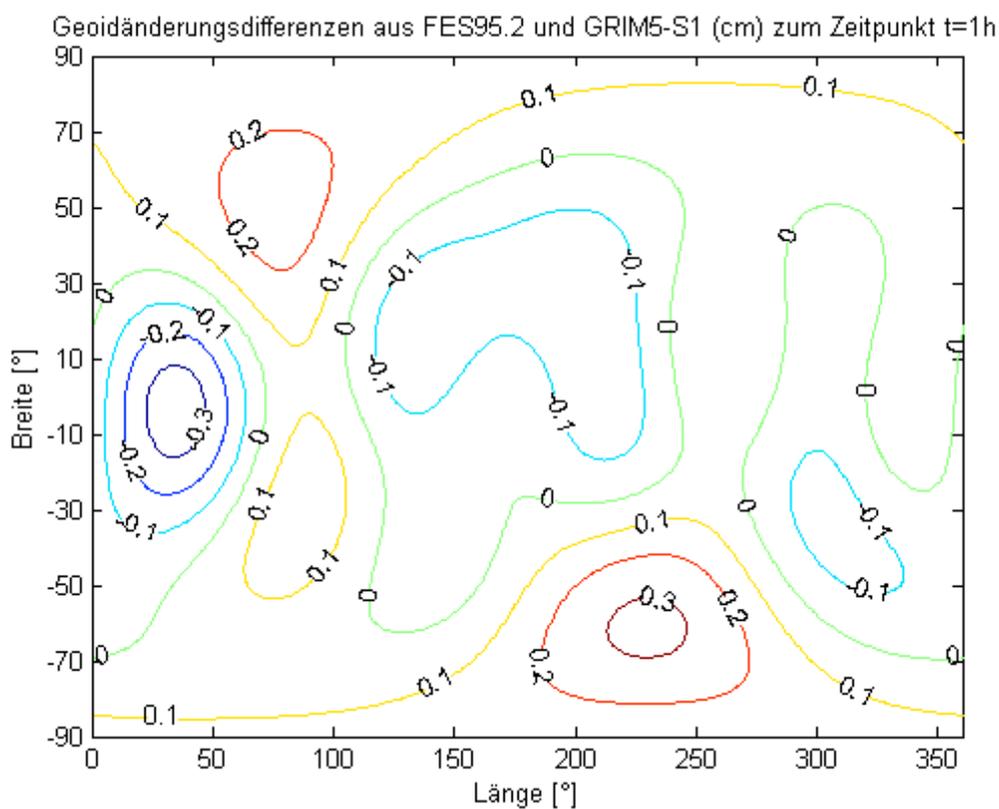


Abbildung 6.32: Geoidänderungsdifferenzen FES95.2/GRIM5-S1

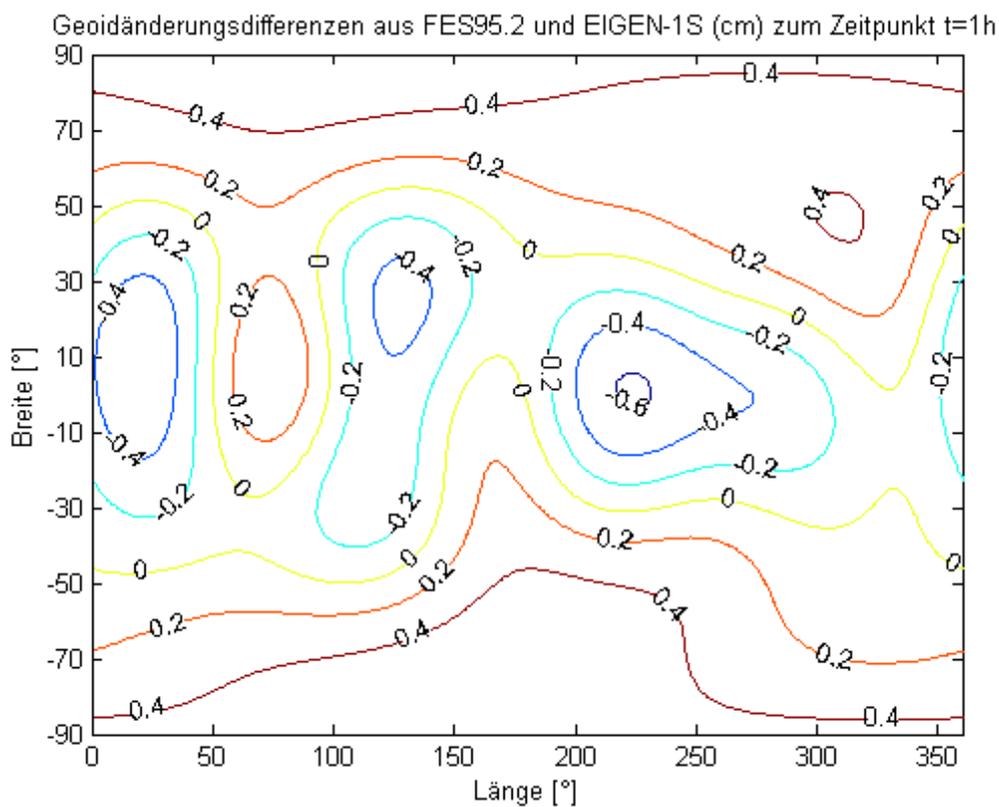


Abbildung 6.33: Geoidänderungsdifferenzen FES95.2/EIGEN-1S

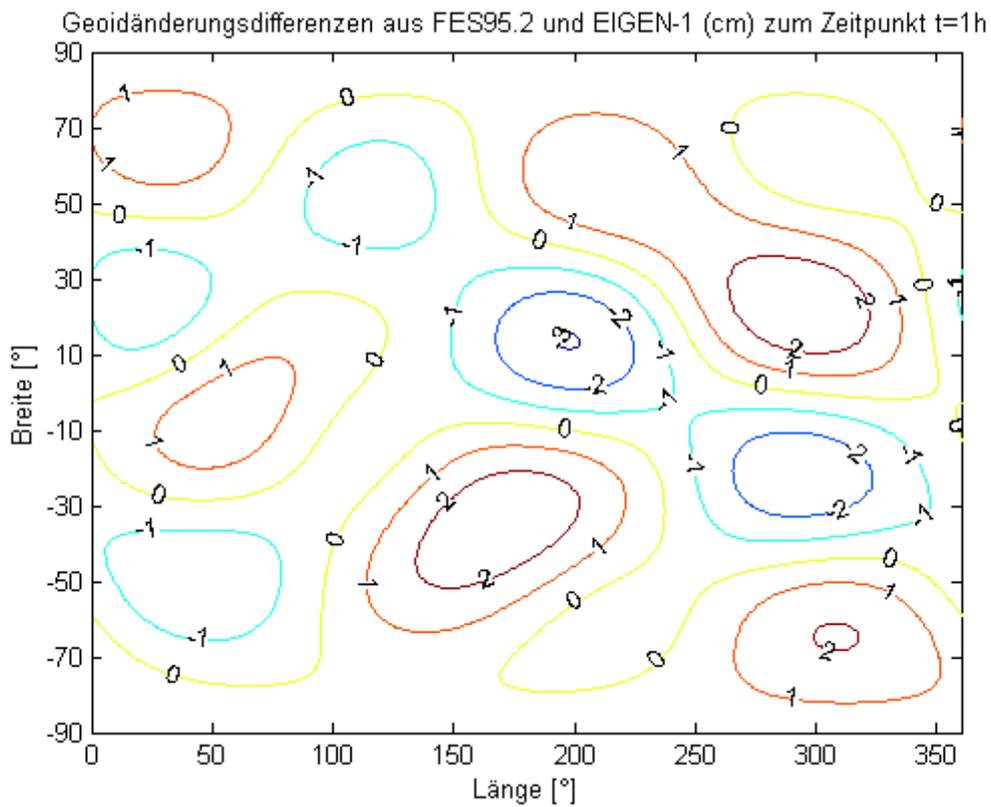


Abbildung 6.34: Geoidänderungsdifferenzen FES95.2/EIGEN-1

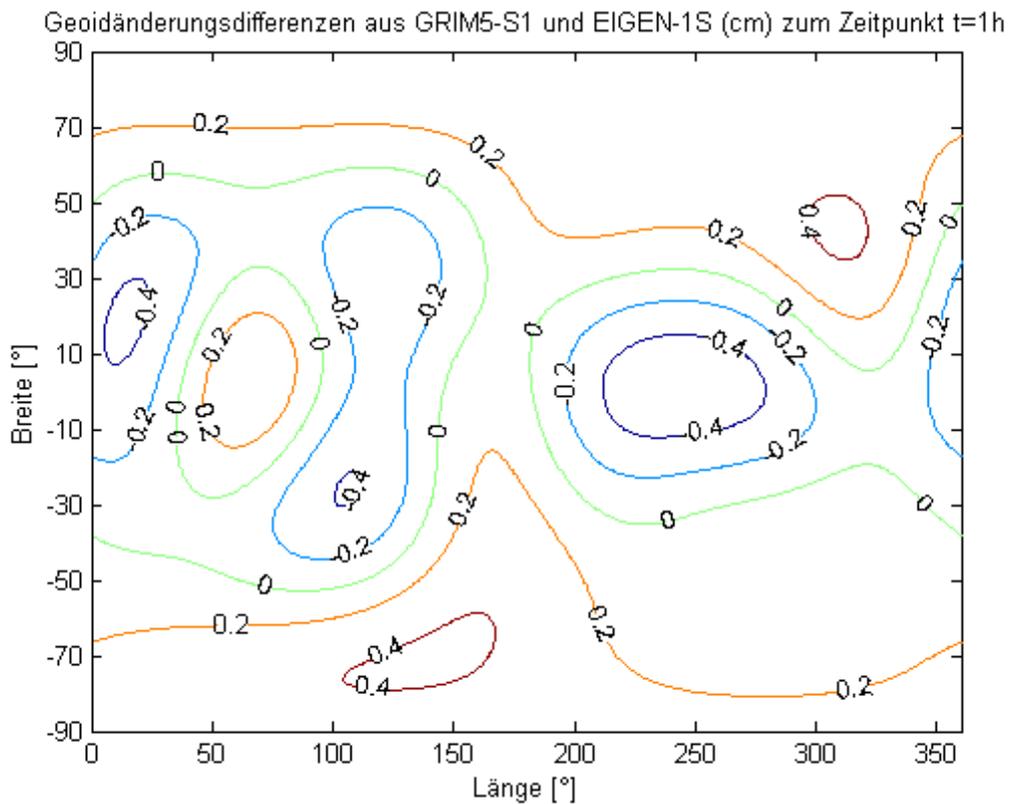


Abbildung 6.35: Geoidänderungsdifferenzen GRIM5-S1/EIGEN-1S

Auch hier wird nun der Vergleich der bisherigen Ergebnisse mit denen resultierend aus der EIGEN-2p bzw. EIGEN-2Sp Lösung vorgenommen. Dabei sind beispielhaft die FES95.2/EIGEN-2Sp Geoidänderungsdifferenzen in Abbildung 6.36 zu finden. Die Abweichungen liegen nunmehr im Bereich von -0.34cm bis $+0.36\text{cm}$ (und damit in der Größenordnung der FES95.2/GRIM5-S1 Differenzen), wohingegen bei den FES95.2/EIGEN-1S Differenzwerten eine Spanne von -0.62cm bis $+0.53\text{cm}$ zu beobachten ist. Auch die weiteren Differenzbildungen zwischen den einzelnen Lösungen zeigen durch die Beachtung der zweiten Generation der EIGEN Lösungen bedeutend bessere Ergebnisse im Vergleich zu den vorherigen analogen Werten aus dem EIGEN-1 bzw. EIGEN-1S Modell.

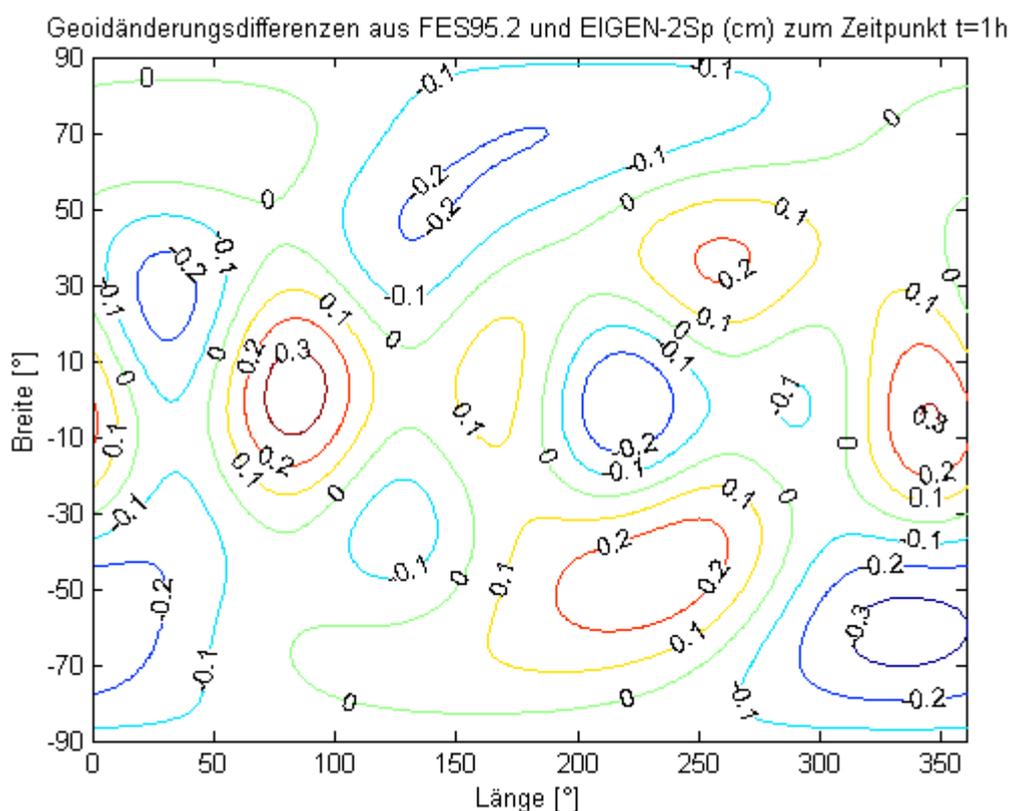


Abbildung 6.36: Geoidänderungsdifferenzen FES95.2/EIGEN-2Sp

In Tabelle 6.8 sind die RMS Werte der relativen Geoidänderungen zwischen den verschiedenen Modellen über das globale $1^\circ \times 1^\circ$ Berechnungsgitter zum Zeitpunkt $t = 1h$ gegeben gemäß

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_i (Geoidänderung_{i,MODELL 1} - Geoidänderung_{i,MODELL 2})^2}{N_{Geoidänderung}}}, \quad (6.14)$$

welche bisherige Aussagen untermauern. $N_{Geoidänderung}$ bezeichnet darin die Anzahl der Geoidänderungen im globalen Gitter.

Tabelle 6.8: RMS Werte der Geoidänderungsdifferenzen

Differenzen	RMS Werte [cm]
FES95.2 – GRIM5-S1	0.12
FES95.2 – EIGEN-1S	0.30
FES95.2 – EIGEN-1	1.09
GRIM5-S1 – EIGEN-1S	0.24
FES95.2 – EIGEN-2Sp	0.13
FES95.2 – EIGEN-2p	0.75
GRIM5-S1 – EIGEN-2Sp	0.16

Insgesamt verringern sich die FES95.2/EIGEN-2Sp Abweichungen im globalen quadratischen Mittel um 56.7% im Vergleich zu den FES95.2/EIGEN-1S Differenzen. Die Abweichungen zwischen der FES95.2 und EIGEN-2p Lösung liegen im Bereich -1.89cm bis $+2.00\text{cm}$ (Verbesserung des globalen quadratischen Mittels um 31.2% im Vergleich zu den FES95.2/EIGEN-1 Geoidänderungsdifferenzen), diejenigen zwischen GRIM5-S1 und EIGEN-2Sp im Bereich -0.33cm bis $+0.31\text{cm}$ (Verbesserung des globalen quadratischen Mittels um 60% bezüglich der GRIM5-S1/EIGEN-2Sp Abweichungen). Auch hier ist wie bei der Untersuchung der Ozeantidenhöhen eine deutliche Genauigkeitssteigerung durch die Berücksichtigung weiterer vier Monate an CHAMP Daten in der Ozeangezeitenparameterschätzung festzustellen.

6.6 Säkulare Abbremsung der mittleren Mondbewegung

Aus der Tatsache heraus, dass die Reaktion der Ozeane auf die Gezeitenwirkung nicht exakt in einer Linie zur Richtung des Störkörpers erfolgt, sondern mit einer gewissen Phasenverzögerung, resultiert ein Drehmoment, welches sich wiederum auf den Drehimpuls des Systems Erde-Mond-Sonne auswirkt. Zwar treten die Erdgezeiten und die Ozeangezeiten mit den gleichen Frequenzen auf, jedoch haben Ozeangezeiten die bei weitem größeren Phasen. Aufgrund dieses Umstandes offenbart sich die genannte Auswirkung auf den Drehimpuls als säkulare Änderung der Bahnelemente des jeweiligen Störkörpers und gleichzeitig in der Abnahme der Erdrotationsgeschwindigkeit. Eine Folge hieraus wiederum ist der sich vergrößernde Abstand zwischen mittlerer Mondbahn und des Geozentrums von ca. 3.8 cm/Jahr [MÜLLER ET AL., 2002]. Die Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit der Erde liegt bei $-5.98 \cdot 10^{-22} \pm 0.22\text{ rad/s}^2$ [CHRISTODOULIDIS ET AL., 1988]. Die säkulare Abbremsung der mittleren Mondbewegung – bezeichnet mit \dot{n} – ist eine direkte Folge der Gezeiten. Die zugrunde liegende Energieabnahme findet hauptsächlich in den Ozeanen statt. Man unterscheidet heutzutage verschiedene Möglichkeiten, den Abbremsvorgang rechnerisch darzustellen. Eine davon nutzt die Ozeangezeitenparameter $D_{lm,s}^*$, $\hat{\epsilon}_{lm,s}^*$ direkt in der Weise, wie sie aus den beobachteten Störungen auf die Bahnen erdnahe Satelliten gelöst werden

[LAMBECK, 1975, 1977]. Für die Abbremsung der mittleren Mondbewegung gilt dann [CAZANE und DAILLET, 1981]:

$$\begin{aligned} \dot{n} = & -7.81D_{22}^+(M_2) \cos \hat{\varepsilon}_{22}^+(M_2) && \text{Anteil der } M_2\text{-Welle} \\ & -1.63D_{21}^+(O_1) \cos \hat{\varepsilon}_{21}^+(O_1) && \text{Anteil der } O_1\text{-Welle} \\ & -2.25D_{22}^+(N_2) \cos \hat{\varepsilon}_{22}^+(N_2) && \text{Anteil der } N_2\text{-Welle.} \end{aligned} \quad (6.15)$$

Die Einheit beträgt \dot{n} [$\frac{\text{Bogensekunden}}{\text{Jahrhundert}^2}$] mit D_{2m}^+ [cm]. Für die untersuchten Modelle resultieren die Werte in Tabelle 6.9. Ein Vergleichswert aus LLR (Laser Lunar Ranging) Messungen ist weiterhin angegeben [NEWHALL ET AL., 1986].

Tabelle 6.9: Säkulare Abbremsung der mittleren Mondbewegung aus den untersuchten Modellen

	\dot{n}	Standardabweichungen von \dot{n}		β	
		mit gegebenen σ	mit $k_m \cdot \sigma$	mit gegebenen σ	mit $k_m \cdot \sigma$
GRIM5-S1	-23.52	± 0.0077	± 0.0833	0.4593	0.4577
EIGEN-1S	-23.54	± 0.0429	± 0.2400	0.4520	0.4400
EIGEN-1	-28.71	± 1.5501	± 5.6425	0.6877	0.2214
EIGEN-2Sp	-23.55	± 0.0278	± 0.1555	0.4505	0.4453
EIGEN-2p	-28.16	± 0.4935	± 1.7963	0.9759	0.5293
FES95.2	-22.08	± 0.0092	-	0.9402	-
LLR	-24.9	± 1.0000	-	-	-

Die Werte \dot{n} ändern sich zwischen der ersten und zweiten Generation der EIGEN Lösungen nur geringfügig. Die Standardabweichungen wurden nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz (FFG) einerseits aus den aus der vermittelten Ausgleichung gegebenen Standardabweichungen berechnet und weiterhin unter Berücksichtigung des für das jeweilige Modell entsprechenden mittleren Kalibrationsfaktors nach Tabelle 6.6, woraus sich – wie erwähnt – realistischere Werte für die Standardabweichungen ableiten lassen. Für die Fehler der FES95.2 Lösung wird $\sigma_{FES95.2} = \sigma_{GRIM5-S1}$ in den Berechnungen angenommen; eine Kalibration der Standardabweichungen bleibt jedoch für das FES95.2 Modell aus. Im Rahmen des FFG werden die Korrelationen zwischen den in das funktionale Modell (6.15) eingehenden fehlerhaften Parameter nicht berücksichtigt, da hinsichtlich dessen sämtliche Korrelationen zwischen den entsprechend geschätzten Koeffizienten $\bar{C}_{lm,s}^+$, $\bar{S}_{lm,s}^+$ betragsmäßig maximal den Wert 0.06 erreichen und somit für die Ergebnisse in Tabelle 6.9 vernachlässigt werden können.

An dieser Stelle ist die Frage nach der Signifikanz der Abweichungen zwischen den Werten der säkularen Abbremsung der mittleren Mondbewegung aus den untersuchten ‚satellite-only‘ Lösungen und der Referenzlösung aus LLR von Interesse. Analog zu Kapitel 6.11 wird wiederum das Maß β_i eingeführt, welches in diesem Falle definiert werden kann zu

$$\beta_i = \left\| \frac{\dot{n}_{\text{Lösung } i} - \dot{n}_{\text{Referenzlösung (LLR)}}}{3\sqrt{\sigma_{\dot{n}_{\text{Lösung } i}}^2 + \sigma_{\dot{n}_{\text{Referenzlösung (LLR)}}^2}} \right\|. \quad (6.16)$$

Wie aus Tabelle 6.9 ersichtlich, sind sämtliche Abweichungen zwischen den ‚satellite-only‘ Lösungen und der Referenzlösung (LLR) nicht signifikant. Dies gilt sowohl für die Werte aus den gegebenen Standardabweichungen als auch für die um den jeweiligen Kalibrationsfaktor erweiterten, wobei letztere, vor allem was die ‚CHAMP-only‘ Lösungen betrifft, deutlich kleiner ausfallen.

7 Schlussfolgerung

Wiewohl der Start des CHAMP Satelliten und die daraus resultierenden – bzw. in die Berechnungen mit aufgenommenen – Daten im Rahmen der EIGEN-1S Lösung zu einer Verbesserung der Erdschwerefeldmodellierung um einen Faktor größer als 2 im Vergleich zu früheren ‚satellite-only‘ Modellen beitragen konnte, sind diese Genauigkeitssteigerungen in bezug auf die Ozeangezeitenmodellierung, bzw. die daraus resultierende Änderung des Geoids, noch nicht gegeben. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Bewertung der Ozeangezeitenparameterlösungen relativ zum satellitenunabhängigen Grenoble Modell FES95.2 vorgenommen. Natürlich spiegelt auch dieses Modell nicht das tatsächliche Verhalten der Ozeangezeiten fehlerfrei wieder. Trotzdem findet die hier eingeschlagene Vorgehensweise insofern ihre Bestätigung, als dass die FES95.2 Lösung im Vergleich mit konkreten Pegelbeobachtungen zusammen mit dem CSR3.0 Modell zu den genauesten derzeit verfügbaren Ozeangezeitenmodellen zählt. Dies macht den Vergleich der ‚satellite-only‘ Lösungen mit konkreten Pegelbeobachtungen nicht erforderlich.

Wenn auch das Bahndesign des CHAMP Satelliten alle gewünschten Anforderungen erfüllt, um durch dessen Bahnvermessung die bestmöglichen Ozeangezeitenparameter aus Bahnstörungen abzuleiten, so sind die aus den Beobachtungen abgeleiteten Modelle EIGEN-1 und EIGEN-1S hinsichtlich der Ozeangezeitenmodellierung ungenügend.

Die Ursache dieser negativen Erkenntnis liegt vor allem an dem nur dreimonatigen Datenmaterial in der Spanne vom August bis Dezember 2000, welches in die erste Generation der EIGEN Lösungen Eingang findet. Fehlereinflüsse sind dabei vorwiegend in Aliasingeffekten zu suchen. Durch die kurze Zeitspanne der Beobachtungen werden saisonale Effekte (Nichtgezeiten) nicht über ein oder mehrere Jahre hinweg gemittelt, sondern schlagen sich in der Auswertung der Daten fehlerhaft als Gezeiteneffekte nieder. Zu diesen saisonalen Effekten zählen beispielsweise Grundwasserspiegeländerungen oder Strömungen in den Ozeanen. Weiter ist auch die zu geringe Auflösung bei den Parametern der CHAMP Lösung als Fehlerquelle heranzuziehen. Durch die niedrige Flughöhe des CHAMP Satelliten ist dieser möglicherweise für eine weit höhere Entwicklung des Ozeangezeitenpotentials sensitiv, das heißt, dass in Zukunft die Anstrengung gemacht werden sollte, mehr Koeffizienten der Kugelfunktionsentwicklung zu schätzen (bisher beträgt die maximale Entwicklung für wenige Wellen Grad $l = 5$, die maximale Ordnung ist $m = 4$). Dabei schlagen sich fixierte bzw. vernachlässigte höhere Koeffizienten als Fehler in den niederen geschätzten Koeffizienten nieder. Da bisher die GRIM5-S1 Lösungsroutine zur Schätzung der Potentialkoeffizienten für die CHAMP Daten übernommen wurde, sollte in Zukunft die Anstrengung unternommen werden, diese Routine entsprechend zu erweitern. Auch die nahezu polare Bahn des CHAMP Satelliten stellt für eine kurze Beobachtungsdauer eine große Fehlerquelle dar. Denn die Präzession der Satelliten fällt somit sehr klein aus, woraus wiederum der Abplattungsterm ungenau bestimmt wird. Folglich liegt hierin der Grund der fehlerhaften Bestimmung der zonalen Terme innerhalb der EIGEN-1 Lösung. Die logische Folge der hohen Gewichtung der

CHAMP Daten im Rahmen der EIGN-1S Lösung ist die Tatsache, dass letzteres Modell beträchtlich von der GRIM5-S1 Lösung abweicht.

Die im Rahmen der EIGEN-2p bzw. EIGEN-2Sp Lösung geschätzten Ozeangezeitenparameter nun enthalten CHAMP Daten über eine insgesamt 7-monatige Beobachtungsdauer. Diese setzt sich aus den Daten der ersten Generation der EIGEN Lösungen und über weitere Beobachtungen in den Monaten September bis Dezember 2001 zusammen. Die Hinzunahme dieser weiteren Beobachtungen in den Lösungsalgorithmus bringt beachtliche Verbesserungen in der Genauigkeit im Vergleich zu den Vorgängermodellen. So beträgt beispielsweise die Verbesserung der Geoidänderungsdifferenzen zwischen der FES95.2 und EIGEN-2Sp Lösung über 50% verglichen mit den entsprechenden Differenzen aus FES95.2/EIGEN-1. Die ‚CHAMP-only‘ Lösung verbessert sich im gleichen Sinne um über 30%. Wiewohl solche positiven Ergebnisse durchweg festzustellen sind, ist das Maximum des Erreichbaren hinsichtlich der Ozeangezeitenmodellierung mit Hilfe des CHAMP Satelliten wohl bei weitem noch nicht erreicht. Auch ein 7-monatiger Beobachtungszeitraum kann eine Vielzahl saisonaler nicht-gezeitenbedingter Effekte nicht eliminieren; hinzu kommt, dass beide Beobachtungsreihen in den Herbst- bzw. Wintermonaten liegen und somit zyklische Effekte in den anderen Monaten weiterhin nicht Eingang in die CHAMP Daten finden. Darin liegt wohl bisher noch die Hauptfehlerquelle in der Ableitung der Ozeangezeitenparameter bei Betrachtung der EIGEN-2Sp und natürlich noch viel anschaulicher der EIGEN-2p Lösung.

Trotzdem sind die sich verbessernden Ergebnisse zwischen den beiden Generationen an Lösungen beträchtlich. Vielmehr noch kann eine solche Entwicklung auch weiterhin erwartet werden. Wenn erstmals CHAMP Beobachtungen über ein ganzes Jahr in die Schätzung der Ozeangezeitenparameter eingehen, so wird mit Spannung zu erwarten sein, ob sich die GRIM5-S1 Lösung weiterhin als genaueste ‚satellite-only‘ Lösung hinsichtlich der Ozeangezeitenmodellierung halten kann. Weiter noch wird sich akut die Frage stellen, ob die Lösung aus nur den Bahnstörungen des CHAMP Satelliten (‚CHAMP-only‘ Lösung) noch signifikant von den ‚satellite-only‘ Lösungen abweichen wird.

Literaturverzeichnis

- [1] ANDERSEN, O.B., WOODWORTH, P.L. und FLATHER, R.A. (1995): *Intercomparison of recent ocean tide models*, J. of Geophys. Res, 100, No. C12, 25.261-25.282
- [2] BIANCALE, R., BALMINO, G., LEMIONE, J.M., MARTY, J.C., MOYNOT, B., BARLIER, F., EXERTIER, P., LAURAIN, O., GEGOUT, P., SCWINTZER, P., REIGBER, CH., BODE, A., KÖNIG, R., MASSMANN, F.H., RAIMONDO, J.C., SCHMIDT, R. und ZHU, S.Y. (2000): *A new global Earth's gravity field model from satellite orbit perturbations: GRIM5-S1*, Geophys. Res. Letters, Vol. 27, No.22, 3611-3614
- [3] BROWN, W.E. (1905): *Theory of the motion of the Moon*, Memoires of the Royal Astronomical Society, 57 No.2, 136-141, London
- [4] BÜLLESFELD, F.-J. (1985): *Ein Beitrag zur harmonischen Darstellung des zeitenerzeugenden Potentials*, Deutsche Geod. Komm., Reihe C, Heft Nr. 314, München
- [5] CARTWRIGHT, D.E. und TAYLOR, R.J. (1971): *New computations of the tide-generating potential*, Geophys. J. R. Astron. Soc., 23, 45-74
- [6] CARTWRIGHT, D.E. und EDDEN, A.C. (1973): *Corrected tables of tidal harmonics*, Geophys. J., 33, 253-264
- [7] CARTWRIGHT, D.E. (1977): *Oceanic tides*, Rep. Prog. Phys., 40, 666-708
- [8] CARTWRIGHT, D.E. und RAY, R.D. (1990): *Oceanic Tides From Geosat Altimetry*, J. of Geophys. Res., 95, No. C3, 3069-3090
- [9] CASOTTO, S. (1989): *Nominal Ocean Tide Models for TOPEX precise Orbit Determination*, Center for Space Res., University of Texas at Austin
- [10] CAZENAVE, A. und DAILLET, S. (1981): *Lunar Tidal Acceleration From Earth Satellite Orbit Analyses*, J. of Geophys. Res, 86, No. B3, 1659-1663
- [11] CHRISTODOULIDIS, D.C., SMITH, D.E., WILLIAMSON, R.G. und KLOSKO, S.M. (1988): *Observed Tidal Breaking in the Earth/Moon/Sun System*, J. of Geophys. Res., 93, No. B6, 6216-6236
- [12] DARWIN, G.H. (1882): *A numerical estimate of the rigidity of the Earth*, Nature, 27
- [13] DARWIN, G.H. (1888): *Tides*, Encyclopaedia Britannica, 9th edition, Vol. XXIII, 353-381
- [14] DAVIS, E.S., MELBOURNE, W.G., REIGBER, CH., TAPLEY, B.D. und WATKINS, W.W. (1996): *GRACE – An SST Mission for Gravity Mapping*, Suppl. to EOS, Trans. of the Amer. Geophys. U., 77(17), 40
- [15] DOODSON, A.T. (1921): *The harmonic development of the tide-generating potential*, Proc. Roy. Soc., A 100, 305-329. Reprint in: International Hydrographic Revue, 31 No.1 (1954), Monaco
- [16] DOW, J.M. (1988): *Ocean Tides and Tectonic Plate Motions from Lageos*, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft Nr. 344, München 1988

- [17] EANES, R.J. (1994): *Diurnal and semidiurnal tides from TOPEX/POSEIDON altimetry* (abstract), EOS Trans. AGU, 75(16), Spring Meet. Suppl., 108
- [18] EGBERT, G.D., BENNETT, A.F. und FOREMAN, M.G.G. (1994): *TOPEX/POSEIDON tides estimated using a global inverse model*, J. of Geophys. Res., 99, 24812-24852
- [19] GILBERT, F. und DZIEWONSKI, A.M. (1975): *An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra*, Phil. Trans. R. Soc. Lond., A278, 187-269
- [20] HARTMANN, T. und WENZEL, H.-G. (1995): *Catalogue HW95 of the tide generating potential*, Bull. d'Information des Marees Terrestres, 123, 9278-9301
- [21] HEISKANEN, W.A. und MORITZ, H. (1979): *Physical Geodesy*, Techn. Univ. Graz
- [22] HENDERSHOTT, M.C. (1972): *The effects of solid earth deformations on global ocean tides*, Geophys. J., 29, 389-402
- [23] KANG, Z. (1998): *Präzise Bahnbestimmung niedrigfliegender Satelliten mittels GPS und die Nutzung für die globale Schwerefeldmodellierung*, Scientific Technical Report, STR98/25, GeoForschungsZentrum Potsdam, Deutschland
- [24] KANTHA, L.H. (1995): *Barometric tides in the global oceans from a nonlinear tidal model assimilating altimetric tides. Part 1: model description an results*, J. of Geophys. Res., 100, 25.283-25.308, *Part 2: Altimetric and geophysical implications*, J. of Geophys. Res., 100, 25.309-25.317
- [25] KAULA, W.M. (1966): *Theory of satellite geodesy*, Blaisdell Publishing Co., Waltham, Toronto, London
- [26] LAMBECK, K., CAZENAVE, A. und BALMINO, G. (1974): *Solid Earth and Ocean Tides Estimated from Satellite Orbit Analyses*, Rev. Geophys. Space Phys., 12, 421-434
- [27] LAMBECK, K. (1975): *Effects of tidal dissipation in the oceans on the moon's orbit and the earth's rotation*, J. of Geophys. Res., 80, 2917-2925
- [28] LAMBECK, K. (1977): *Tidal dissipation in the oceans: Astronomical, geophysical and oceanographic consequences*, Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A, 287(1347), 545-594
- [29] LAPLACE, P.S. (1775): *Recherches sur plusieurs points de systeme du monde*, Mem. Acad. R. Sci. Paris, 88, 75-182 (veröffentlicht 1778); 117-267, 525-552 (veröffentlicht 1779). Englische Übersetzung von N. BOWDITCH, veröffentlicht durch CHELSEA, 1966
- [30] LYARD, F.H. (1998): *Long period tides determination from a hydrodynamic and assimilation tidal model*, Scientific Investigation, Final Report, GeoForschungsZentrum Potsdam, Deutschland
- [31] LEMOINE, F.G., PAVLIS, N.K., KENYON, S.C., RAPP, R.H., PAVLIS, E.C. und CHAO, B.F. (1998): *New high-resolution model developed for Earth's gravitational field*, EOS Trans. of the Amer. Geophys. U., 79, 113-118

- [32] LE PROVOST, C., GENCO, M.L., LYARD, F., VINCENT, P. und CANCEIL, P. (1994): *Spectroscopy of the world ocean tides from a finite element hydrodynamic model*, J. of Geophys. Res., 99, 24777-24797
- [33] MARSH, J.G., LERCH, F.J., PUTNEY, B.H., CHRISTODOULIDIS, D.C., FELSENTREGER, T.L., SANCHEZ, B.V., SMITH, D.E., KLOSKO, S.M., MARTIN, T.V., PAVLIS, E.C., ROBBINS, J.W., WILLIAMSON, R.G., COLOMBO, O.L., CHANDLER, N.L., RACHLIN, K.E., PATEL, G.B., BHATI, S. und CHINN, D.S. (1987): *An Improved Model of the Earth's Gravitational Field: GEM-T1*, NASA Technical Memorandum 4019
- [34] MCCARTHY, D.D. (2000): *IERS Conventions 2000*, IERS Technical Note
- [35] MELCHIOR, P. (1983): *The tides of the planet earth*, Pergamon Press
- [36] MÜLLER, J. und TESMER, V. (2002): *Investigation of tidal effects in lunar laser ranging*, J. of Geodesy, 76, 232-237
- [37] NEWCOMB, S. (1895): *Tables of the motion of the Earth*, Astron. Papers Amer. Ephemerides, 6, Part 1-4
- [38] NEWHALL, X.X., WILLIAMS, J.G. und DICKEY, J.O. (1986): *Earth rotation from laser lunar ranging*, JPL Geod. Geophys. Preprint 153, Jet Propul.Lab.
- [39] NEWTON, I.I. (1687): *Philosophiae Naturalis Principa Mathematica*, Bk.1, Prop. 66, Cor. 19-20; Bk.2, Prop. 48-50; Bk.3, Prop. 24, 36-37, London
- [40] PARKE, M.E. (1982): *O1, P1, N2 models of the global ocean tide on an elastic Earth plus surface potential and spherical harmonic decompositions for M2, S2 and K1*, Mar.Geod., 6, 35
- [41] REIGBER, CH., SCHWINTZER, P. und LÜHR, H. (1996): *CHAMP – A Challenging Minisatellite Payload for Geoscientific Research and Application*, in: RÖSER, P., SANDAU, R., VALENZUELA, A. (eds.): *Small Satellites for Earth Observation*, 72-75, W. de Gruyter, Berlin
- [42] REIGBER, CH., BALMINO, G., SCHWINTZER, P., BIANCALE, R., BODE, A., LEMOINE, J.M., KÖNIG, R., LOYER, S., NEUMAYER, H., MARTY, J.C., BARTHELMES, F., PEROSANZ, F. und ZHU, S.Y. (2002a): *A High-Quality Global Gravity Field Model from CHAMP GPS Tracking Data and Accelerometry (EIGEN-1S)*, Geophys. Res. Letters (in print)
- [43] REIGBER, CH., BALMINO, G., SCHWINTZER, P., BIANCALE, R., BODE, A., LEMOINE, J.M., KÖNIG, R., LOYER, S., NEUMAYER, H., MARTY, J.C., BARTHELMES, F. und PEROSANZ, F. (2002b): *Global Earth Gravity Field Models using CHAMP Tracking Data and Accelerometry*, Geophys. Res. Abstracts, Vol.4, 27th General Assembly Europ. Geophys. Soc.
- [44] ROOSBEEK, F. und DEHANT, V. (1993): *Development of the Tide Generating Potential with Mathematica*, Bull. d'Information des Marees Terrestres, 118, 8753-8765
- [45] SASAO, T. und WAHR, J.M. (1981): *An excitation mechanism for the free core nutation*, Geophys. J. R. Astron. Soc., 64, 729-746

- [46] SCHUYER, M. (1997): *European Capabilities and Prospects for a Spaceborn Gravimetric Mission*, in: SANZO, F., RUMMEL, R. (eds.): *Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid*, 569-589, Springer Berlin
- [47] SCHWIDERSKI, E.W. (1980b): *Ocean Tides, Part II: A Hydrodynamical Interpolation Model*, *Marine Geodesy*, 3, 219-255
- [48] SCHWIDERSKI, E.W. (1981): *Global Ocean Tides, Part V: The diurnal principal lunar tide (O1), Atlas of Tidal Charts and Maps*, Tech. Rep., 81-142, Nav. Surface Weapons Cent., Dahlgren
- [49] SCHWIDERSKI, E.W. (1983): *Atlas of Ocean Tidal Charts and Maps, Part I: The semidiurnal principle lunar tide M2*, *Mar. Geod.*, 6, 4
- [50] SCHWINTZER, P., KANG, Z., REIGBER, CH. und Zhu, S.Y.(1995): *GPS Satellite-to-Satellite Tracking for TOPEX/POSEIDON Precise Orbit Determination and Gravity Field Model Improvement*, *J. Geodynamics*, 20, 155-166
- [51] SCHWINTZER, P., REIGBER, CH., BODE, A., KANG, Z., ZHU, S.Y., MASSMANN, F.-H., RAIMONDO, J.C., GERSTL, M., LI, H., BIANCALE, R., BALMINO, G., LEMOINE, J.M., MARTY, J.C., MOYNOT, B., BARLIER, F. und BOUDON, Y. (1997): *Long-wavelength global gravity field models: GRIM4-S4, GRIM4-C4*, *J. of Geodesy*, 71, 189-208
- [52] SCHWINTZER, P., REIGBER, CH., BODE, A., ENNINGHORST, K., KANG, Z., MASSMANN, F.-H., MEIXNER, H., RAIMONDO, J.C., ZHU, S.Y., BIANCALE, R., BALMINO, G., LEMOINE, J.M., MARTY, J.C., MOYNOT, B., BARLIER, F., BOUDON, Y., EXERTIER, P. und LAURAIN, O. (1998): *A New Global Earth Gravity Field Model from Satellite Orbit Determinations for Support of Geodetic/Geophysical and Oceanographic Satellite Missions*, Scientific Technical Report STR98/18, GeoForschungsZentrum Potsdam, Deutschland
- [53] SCHWINTZER, P. (2000): *Globale Schwerefeldbestimmung aus Satellitenbahnstörungen: Status, Anwendung und Entwicklungsmöglichkeiten mit der CHAMP-Satellitenmission*, in: CASPARY, W., HEISTER, H., SCHÖDELBAUER, A., WELSCH, W. (eds.): *25 Jahre Institut für Geodäsie*, Heft 60-1, 305-316, Univ. der Bundeswehr München
- [54] SIMON, J.L., BRETAGNON, P., CHAPRONT, J., CHAPRONT-TOUZE, M., FRANCOU, G. und LASKAR, J. (1994): *Numerical expressions for precession formulae and mean elements for the Moon and the planets*, *Astronomy & Astrophysics*, 282, 663-683
- [55] TAMURA, Y. (1987): *A harmonic development of the tide-generating potential*, *Bull. d'Information des Marees Terrestres*, 99, 6813-6855
- [56] WILHELM, H., ZÜRN, W., WENZEL, H.-G. (1997): *Tidal Phenomena*, Lecture Notes in Earth Sciences, 66, Springer
- [57] XI, Q. (1989): *A new complete development of the tide-generating potential for the epoch J2000.0*, *Bull. d'Information des Marees Terrestres*, 99, 6766-6812
- [58] ZAHRAN, K. (2000): *Accuracy Assessment of Ocean Tide Loading Computations for Precise Geodetic Observations*, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 238, Hannover 2000

Zusammenfassung

Neben den in der Vergangenheit zahlreich aufgestellten Ozeangezeitenmodellen auf hydrographischer Basis (beispielsweise auf der Grundlage von Pegelbeobachtungen oder Satellitenaltimetrie), wird in heutiger Zeit die Lösung der Ozeangezeitenparameter rein aus den Störungen erdnaheer Satellitenbahnen mehr und mehr interessant. Der Grund hierfür sind speziell geplante (GOCE) und realisierte (CHAMP, GRACE) Satellitenmissionen mit dem vorrangigen Ziel, das Schwerefeld der Erde mit best möglicher Genauigkeit zu bestimmen. Die hier vorliegende Arbeit befasst sich sowohl mit den theoretischen Aspekten zur Ableitung von Ozeangezeitenlösungen aus Bahnstörungen erdnaheer Satelliten sowie dem konkreten Vergleich zwischen den aktuell berechneten Ozeangezeitenlösungen mit einem hydrographischen Referenzmodell. Spezielles Augenmerk wird dabei auf die Daten der CHAMP Satellitenmission gelegt, welche erstmals in die Schätzung der Ozeangezeitenparameter Eingang finden.

Abstract

In recent years much work has been done in the area of ocean tide modelling on a hydrographic basis (for example, with the aid of tide gauge measurements or satellite altimetry). Nowadays the estimation of the parameters of ocean tides, based purely on the orbit disturbances of near-earth satellites by tidal forces, has become more and more interesting. Planned (GOCE) and even realised (CHAMP, GRACE) satellite missions, primarily designed to estimate the earth's gravity field with an ever increased accuracy, are the reason for the growing interest. This thesis deals with both the theoretical aspects of the derivation of ocean tides solutions from orbit disturbances of near-earth satellites and the concrete comparison between the resulting calculations and a hydrographic reference model. Special attention is paid on the CHAMP satellite mission's data which, for the first time, is included in the estimation of ocean tides parameters .