



DaimlerChrysler Aerospace

Dornier

Dornier Satellitensysteme GmbH

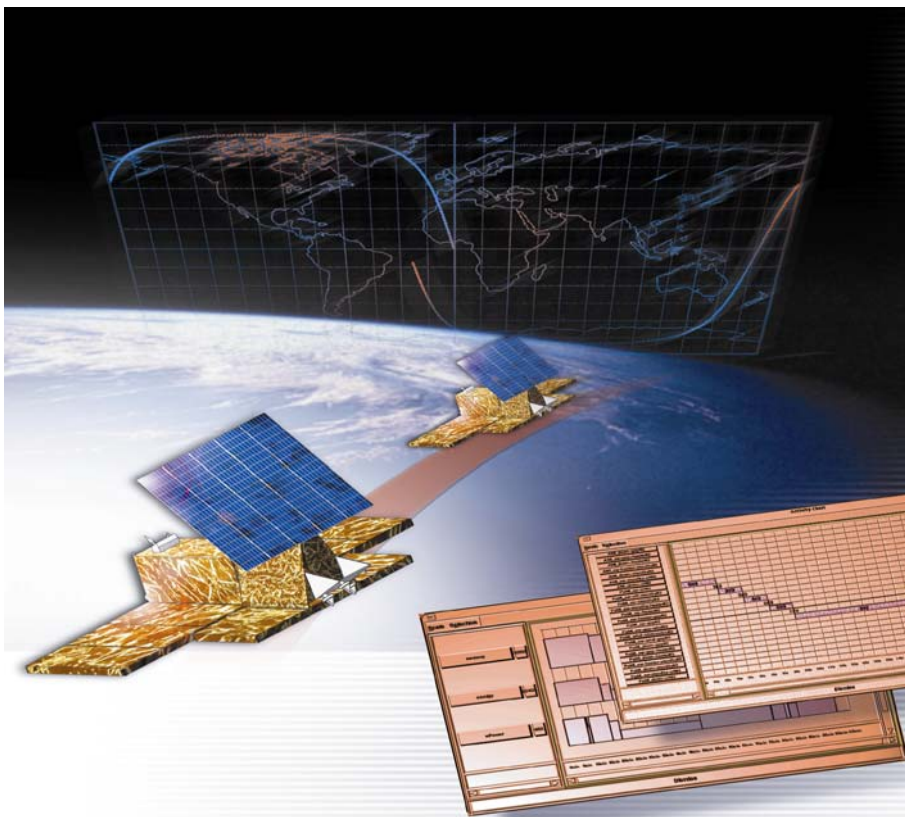
STUDIENARBEIT

**Verallgemeinerung von Zielsichtbarkeitsalgorithmen für SAR und
optische Erdbeobachtungsinstrumente bei der Satellitenmissionsplanung**

Tobias Krehl

Matr.-Nr.: 1791884

**Betreuer: Prof. Dr. sc. techn. Wolfgang Keller (Universität Stuttgart)
Dr.-Ing. Jens Eickhoff (Dornier Satellitensysteme GmbH)**





DaimlerChrysler Aerospace

Dornier

Dornier Satellitensysteme GmbH

STUDIENARBEIT

für Herrn Tobias Krehl, Matr.-Nr.: 1791884

Thema: Verallgemeinerung von Zielsichtbarkeitsalgorithmen für SAR und optische Erdbeobachtungsinstrumente bei der Satellitenmissionsplanung

Die TINA Systeme (Timeline Assistants) sind eine Familie von wissensbasierten Planungssystemen, die seit 1989 bei der Dornier Satellitensysteme GmbH entwickelt werden. Der Anwendungsfokus dieser Systeme liegt heute hauptsächlich auf der Missionsplanung für Erdbeobachtungssatelliten. Der aktuelle Systemkern von TINA basiert auf objektorientierten C++ Modulen. Die Gesamtarchitektur basiert auf mehreren Einzelmodulen, die mit CORBA-Schnittstellen ausgerüstet und unter UNIX via LAN miteinander verbunden sind. Dies sind

- ❑ der Timeline-Generator, ein Numerikserver für Optimierungsberechnungen.
- ❑ für unterschiedliche Missionstypen entsprechende Orbit- und Coveragemodule, welche u.a. Satellitenpositionen in Abhängigkeit der Zeit berechnen und die Sichtbarkeit von Beobachtungszielen auf der Erde ermitteln.
- ❑ die TINA Konsole, die Bedienkonsole, mit der der Anwender arbeitet. Mehrere TINA Konsolen können gleichzeitig als Clients mit einem Timeline-Generator Server arbeiten.

Die technisch entscheidende Funktionalität von TINA besteht darin, daß es kein einfacher Scheduler ist, wie viele PC-basierte Werkzeuge. TINA ist ein sogenannter *Timeline-Generator*, ein Werkzeug, das in einem integrierten Rechenprozeß sowohl logische und geographische Abhängigkeiten auszuführender Satellitenaktivitäten, als auch numerische Randbedingungen von Ressourcenverbrauch und -generierung berücksichtigt. Diese Hybridtechnik ist auf der Basis einer aufwendigen Constraint-Propagation-Numerik implementiert.

Mit dem derzeit als Prototyp in Tests befindlichen TINA V5 Kernel konnte erstmals mit einem Planungswerkzeug eine ganz neuartige Vorgehensweise implementiert werden. Der Benutzer gibt in das System zu beobachtende Gebiete in Form von Polygonen ein, dazu mit welchem(n) Instrument(en) und in welchen Betriebsmodi Aufnahmen erfolgen sollen und Eingaben über die Aufnahmepriorität(en). Das System erstellt dann selbständig Zeitpläne über mehrere Überflugzyklen, wann welches Instrument



DaimlerChrysler Aerospace
Dornier

Dornier Satellitensysteme GmbH

welchen Teil welchen Zieles sieht - unter Berücksichtigung der an Bord der Satelliten verfügbaren Ressourcen (z.B. Strom). TINA optimiert dabei die Satellitenauslastung auf größtmögliche Gleichmäßigkeit.

Mit der mittlerweile geschlossenen Prozeßkette von der Eingabe der Beobachtungsziele zum fertigen Missionsplan sollen nun einige Untermodule hinsichtlich der Genauigkeit verbessert, bzw. hinsichtlich der Algorithmik verallgemeinert werden. Darunter der bei der Coverage Analyse verwendete Algorithmus zur Zielsichtbarkeitsberechnung. Dieser ist bislang nur zur Berechnung von Sichtfeldern von rechtsblickenden SAR-Sensoren auf einer Erdkugel implementiert und nur für Satellitenorbits mit einer Inklination größer 90° ausgelegt. Innerhalb dieser Arbeit sollen daher die folgenden Punkte bearbeitet und dargestellt werden:

- ☐ Eine kurze Einführung in die Thematik von TINA, bzw. ein kurzer Statusbericht.
- ☐ Eine Vorstellung der momentan im TINA-System implementierten Vorgehensweise zur Abdeckungsberechnung von Zielgebieten (Coverage Analyse).
- ☐ Einen Vorschlag eines verallgemeinerten Algorithmus für die Berechnung von Sichtfeldern von SAR-Instrumenten, basierend auf einem verbesserten Erdmodell (Rotationsellipsoid). Problemformulierung evtl. mittels vektorieller Notation und Transformationsmatrizen.
- ☐ Die Erweiterung dieses Algorithmus' auf Sichtfelder optischer Erdbeobachtungsinstrumente.
- ☐ Eine Wertung und Genauigkeitsabschätzung der Zielsichtbarkeiten.

Die Richtlinien zum Anfertigen von Studienarbeiten des Geodätischen Institutes der Universität Stuttgart sind zu berücksichtigen.

Dr.-Ing. Jens Eickhoff

Vorwort

Diese Studienarbeit wurde in der Abteilung ST 82 „Satellitensysteme/Simulation“ der Dornier Satellitensysteme GmbH in Friedrichshafen am Bodensee angefertigt.

Ich möchte mich bei allen bedanken, die durch Rat und Tat zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, insbesondere bei

Prof. Dr. sc. techn. Wolfgang Keller, der durch seine Unterstützung diese Studienarbeit ermöglichte,

Dr.-Ing. Jens Eickhoff, der mir als Betreuer bei Dornier zur Seite stand und dieses Thema initiierte

und der gesamten Abteilung ST 82 für die freundliche Aufnahme im Team.

Die vorliegende Arbeit wurde von mir selbständig verfaßt. Die verwendeten Quellen sind im Literaturverzeichnis in Kapitel 8 angegeben. Diese Studienarbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Friedrichshafen, im Mai 2000

Tobias Krehl

Zusammenfassung

Aufnahmen von Erdbeobachtungssatelliten gewannen in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung. Sie leisten heutzutage oft entscheidende Beiträge zu Problemlösungen in verschiedensten Bereichen, wie z.B. in der Landwirtschaft oder im Umweltschutz. Mit dem zunehmenden Interesse an Satellitendaten sind auch die quantitativen und qualitativen Anforderungen an solche Informationen gestiegen. Aktuelle Beobachtungsdaten sollen in naher Zukunft kurzfristig und kostengünstig geliefert werden können. Dies bedingt u.a. eine verbesserte bzw. automatisierte Satellitenmissionsplanung. Im Zuge dieser Bestrebungen werden seit einigen Jahren bei der Dornier Satellitensysteme GmbH (DSS) die Satellitenmissionsplanungssysteme TINA entwickelt. Mittels dieser Systeme soll die Möglichkeit geschaffen werden, die Satellitenauslastung unter Berücksichtigung logischer Abhängigkeiten zu platzierender Beobachtungsaktivitäten und Randbedingungen von Ressourcen des Satelliten, wie z.B. Datenspeicher, auf größtmögliche Gleichmäßigkeit zu optimieren. Eine Variante von TINA soll in naher Zukunft für die Anwendung eines SAR-Satelliten (TerraSAR) in Bodenstationen eingesetzt werden.

Bestandteil von TINA ist der sog. Coverage-Analyser, der im System die Sichtbarkeit von Bodenzielen ermittelt. Es werden dabei u.a. zu gegebenen Satellitenpositionen die Sichtfelder auf der Erde berechnet, welche vom Satelliten aus mit dem Beobachtungsinstrument gesehen werden können. Im bisherigen Prototypen TINA V5.0 sind diese Berechnungen nur für rechtsblickende SAR-Sensoren auf einer Erdkugel und für Satelliten mit einer Inklination des Orbits größer 90° möglich.

Aufgrund der Abweichungen der realen Erdfigur vom modellierten Erdkörper, ergeben sich bei solchen Sichtbarkeitsberechnungen immer Abweichungen der berechneten zu den (später) in der Realität beobachteten Sichtfeldern. Die Größenordnung dieser Abweichungen ist dabei abhängig von der Genauigkeit des gewählten Erdmodells.

Innerhalb dieser Studienarbeit wurde der bislang in TINA implementierte Berechnungsalgorithmus analysiert und es wurde versucht diesen auf ein verbessertes Erdmodell (Rotationsellipsoid) zu übertragen. Angesichts des nicht unerheblichen Aufwandes den dieser Übertrag und die Verbesserungen dieses Algorithmus darstellten, wurde ein verallgemeinerter Algorithmus, basierend auf vektorieller Notation und Rotationsmatrizen vorgeschlagen und zusätzlich auf optische Beobachtungsinstrumente erweitert. Orbits anderer Inklinationsbereiche und variabel definierbare Instrumentensichtfelder sind damit ebenfalls abdeckbar. Anschließend wurde der Einfluß der, mittels des Rotationsellipsoides noch nicht modellierten Erdmassen, auf die Berechnung der Sichtfelder abgeschätzt. Diese Betrachtungen ergaben, daß für die Planungen bei TerraSAR das Rotationsellipsoid als Erdmodell für die Berechnungen noch nicht ausreichend ist. Im Ausblick wurden deshalb Anregungen formuliert, wie diese Berechnungen mittels Erdmodellen, welche die reale Erdgestalt genauer approximieren, noch verbessert werden könnten.

Inhalt

1. Einleitung.....	1
2. Das TINA Missionsplanungssystem	3
2.1 TINA V5 System Architektur.....	3
2.1.1 TINA Console	3
2.1.2 Orbit- und Coverage-Analysis-Module (Coverage Analyser)	4
2.1.3 Timeline Generator	6
2.1.4 Spezielle Funktionalitäten von TINA V5.....	9
2.2 Das Modellierungskonzept von TINA	9
2.2.1 Ressourcetypen	9
2.2.2 Autoaktivitätstypen	10
2.2.3 Requesttypen.....	10
2.3 User Requests	11
3. Coverage-Analyse	13
3.1 Modellierung der Zielgebietserfassung	13
3.2 RADAR und SAR	14
3.3 Implementierter Algorithmus zur Berechnung eines SAR-Patterns.....	15
4. Berechnung eines SAR-Patterns auf einem Rotationsellipsoid	22
4.1 Möglichkeit der Adaption des bereits implementierten Algorithmus	22
4.2 Verallgemeinerter Berechnungsansatz	26
4.2.1 Berechnung der Eckpunkte des SAR-Patterns	26
4.2.2 Berechnung der Begrenzungslinien des Patterns	35
5. Berechnung von Pattern opt. Instrumente auf einem Rotationsellipsoid	37
6. Genauigkeitsbetrachtung im Hinblick auf die reale Erdfigur	41
6.1 Abschätzung der max. Größenvariation eines Patterns	44
6.2 Abschätzung der max. Verschiebung eines Patterns	45
7. Ausblick	50
8. Literaturverzeichnis	55
Anhang A: Alternativlösung zur Berechnung von räumlichen geodätischen Koordinaten aus kartesischen Koordinaten.....	58
Anhang B: Numerisches Beispiel zur Bestimmung eines SAR-Pattern	61
.....Anhang C: Numerisches Beispiel zur Bestimmung des Patterns eines optischen Erdbeobachtungsinstruments	656
Anhang D: WGS84 Geoidmodell	70

1. Einleitung

Seit 1989 werden bei der Dornier Satellitensysteme GmbH (DSS) die TINA (Timeline Assistant) Systeme, eine Familie von wissensbasierten Planungssystemen entwickelt. Der Anwendungsfokus liegt auf einer TINA-Variante zur Missionsplanung von Erdbeobachtungssatelliten. Aus mehreren verschiedenen Anfragen für Ziele gewünschter Erdbeobachtungen generiert das TINA-System über eine bestimmte Planungsperiode hinweg in einem integrierten Rechenprozeß einen Missionsplan in Form einer sogenannten *Timeline*. Darunter versteht man einen konkreten zeitlichen Ablaufplan aller Vorgänge an Bord eines Satelliten über einen bestimmten Zeitraum hinweg.

Die bisher bestehenden Softwarelösungen zur Erstellung von Missionsplänen für bereits existierende Erdbeobachtungssatelliten sind prinzipiell von recht einfacher Struktur. Dies gilt vor allem für den europäischen Bereich. Beispielhaft sind die Systeme ERS1, ERS2 und ENVISAT zu nennen. Logische Abhängigkeiten zu platzierender Beobachtungsaktivitäten und Randbedingungen von Ressourcen (z.B. elektrische Energie oder Datenspeicher) bleiben hier unberücksichtigt. Vielmehr werden die Missionspläne quasi per Hand mit Hilfe einfacher Software zusammengestellt. Diese Lösungen sind daher bislang von einer Optimierung der Satellitenauslastung bzgl. der Zeit und der Nutzung der Ressourcen weit entfernt. Ferner war es nicht möglich mit den bisherigen Planungswerkzeugen eine Planung bzw. Optimierung über einen längeren Zeitraum (mehrere Repeat-Cycles¹ von Satelliten) durchzuführen.

Zukünftig sollen kommerzielle Satelliten, welche mit entsprechenden Sensoren bzw. Instrumenten (z.B. SAR oder optische Instrumente) ausgerüstet sind, mit einem verbesserten Planungssystem betrieben werden. Dieses soll alle Funktionen für eine zentrale Satellitenmissionsplanung bieten. Ziel ist es, mit Hilfe eines solchen Systems eine gleichmäßige Satellitenauslastung zu erreichen, um möglichst viele Zielkunden aus öffentlichen und auch privaten Bereichen kurzfristig und kostengünstig mit den Beobachtungsergebnissen, wie z.B. hochauflösenden Satellitenbildern oder digitalen Höhendaten, beliefern zu können. Das TINA-System soll im Zuge dieser Bestrebungen zunächst künftig für die Anwendung eines SAR-Satelliten (TerraSAR-Mission) in der Bodenstation eingesetzt werden.

Eingangsdaten für das System sind sogenannte User Requests (in den folgenden Ausführungen mit UR bezeichnet), d.h. Angaben über die geographische Lage der zu erfassenden Gebiete, sowie weitere Parameter, wie z.B. die Priorität des Auftrages oder instrumentenspezifische Einstellungen. Ausgehend von diesen UR's wird, unter Berücksichtigung der bereits erwähnten logischen und geographischen Abhängigkeiten, eine Timeline erzeugt, die beschreibt, wann welche Gebiete zu beobachten sind.

¹ Unter einem *Repeat Cycle* wird der Zeitraum verstanden, den ein Satellit benötigt, um (erneut) über exakt den selben Punkt der Erde zu fliegen. Durch die Eigenrotation der Erde kommt es bei hochinklinierten Orbits, abhängig von der jeweiligen Bahnhöhe, jeweils zu einem Versatz beim Äquatorüberflug. Der Repeat Cycle ist der Zeitraum bis sich dieser Versatz so weit fortgesetzt hat, daß sich die Satellitenbahn genau wieder „schließt“. Es handelt sich hierbei typischerweise um eine Zeitspanne von mehreren Tagen.

Die generierte Timeline wird in eine Kommandosequenz für den Satelliten umgewandelt, von den Bodenstationen zum Satelliten übermittelt und danach von diesem ausgeführt. Die so generierten Aufnahmedaten werden anschließend wieder sukzessive zur Bodenstation übertragen und dort ausgewertet. Die Nachprozessierung der vom Satelliten gemessenen Rohdaten liefert dabei nicht nur Aufnahmen, sondern auch Auswertungen wie z.B. Waldschadensanalysen. [KEIL]

Die Gesamtarchitektur des TINA Systems basiert auf mehreren Einzelmodulen, u.a. sind dies vom Missionstyp abhängige Coveragemodule. Diese ermitteln die Sichtbarkeiten der Beobachtungsziele auf der Erde für die jeweiligen Satelliteninstrumente. Dazu werden sukzessive zu verschiedenen Zeitpunkten über die Planungsperiode hinweg die Satellitenposition und das Sichtfeld, welches von dieser Position aus an der Erdoberfläche vom Instrument auf dem Satelliten gesehen werden kann, berechnet. Diese Sichtfelder werden dann mit den, dem System eingegebenen Zielgebieten verglichen. Auf diese Weise wird berechnet, wann welches Zielgebiet vom Satelliteninstrument erfaßt werden kann. Die so generierten Daten dienen als Input für den Timeline Generator, dem eigentlichen Kernstück von TINA. Dies ist ein Optimierungsmodul, das diese Daten unter Berücksichtigung von Randbedingungen (z.B. Ressourcen an Bord eines Satelliten) so kombiniert, daß eine möglichst gleichmäßige Satellitenauslastung erreicht wird.

Die vom TINA-System durchgeführten Coverage-Analysen sollen dabei möglichst genau mit den späteren, real durchgeführten Erdbeobachtungen übereinstimmen. Zum einen, um evtl. Lücken bei der Abdeckung eines Zielgebietes zu vermeiden, zum anderen, um nicht zu viele redundante Aufnahmedaten zu generieren (große Überlappungen von Beobachtungen). Dies bedingt auf der einen Seite eine möglichst exakte Modellierung der Flugbahn des Satelliten und auf der anderen Seite eine genaue Modellierung der Erdfigur und der Instrumentensichtfelder. Die bisherige Berechnung von Sichtfeldern im TINA-System erfolgt mit einer Kugel als Erdmodell und einem vereinfachten Berechnungsalgorithmus für (bislang nur rechtsblickende) SAR-Instrumente. Es können dabei bisher nur Satellitenorbits mit einer Inklination größer 90° gewählt werden. Die Berechnung von Sichtfeldern von SAR-Sensoren auf einem verbesserten Erdmodell, in diesem Fall auf einem Rotationsellipsoid und die Verallgemeinerung für beliebige Satellitenorbits und Aufnahmerichtungen, sowie die Erweiterung für optische Erdbeobachtungsinstrumente sind Gegenstand dieser Arbeit und sind nachfolgend dargestellt.

Zum besseren Verständnis folgt zunächst eine Erläuterung des Modellierungskonzeptes und der Systemarchitektur des Gesamtsystemes TINA, sowie in Kap. 3 eine Beschreibung der derzeit verwendeten Vorgehensweise zur Coverage-Analyse, welche u.a. die Berechnung der Sichtfelder auf der Erdoberfläche beinhaltet.

2. Das TINA Missionsplanungssystem

TINA wurde Mitte der 90er Jahre zunächst zu Forschungszwecken der ESA eingesetzt und wird mittlerweile als Planungswerkeug in Dornier's *Satellite Design Office* verwendet. Eine weitere Anwendung ist ein Simulations-Testbed, bei dem generierte Timelines direkt an einen simulierten Satelliten kommandiert werden, um deren Effizienz und Korrektheit zu prüfen.

2.1 TINA V5 System Architektur

TINA V5 basiert auf einem Architekturkonzept, das auf einfache Art eine Anpassung an verschiedene Typen von Erdbeobachtungsmissionen ermöglicht. Die Gesamtarchitektur besteht aus mehreren Einzelmodulen. Diese sind

- ❑ die TINA Console (User Interface) , die Bedienkonsole, mit welcher der Anwender arbeitet.
- ❑ für unterschiedliche Missionstypen entsprechende Orbit- und Coveragemodule für die Berechnung von Satellitenpositionen und Zielgebietssichtbarkeiten.
- ❑ dem Timeline-Generator Kernel, der Numerikserver für die eigentlichen Optimierungsberechnungen

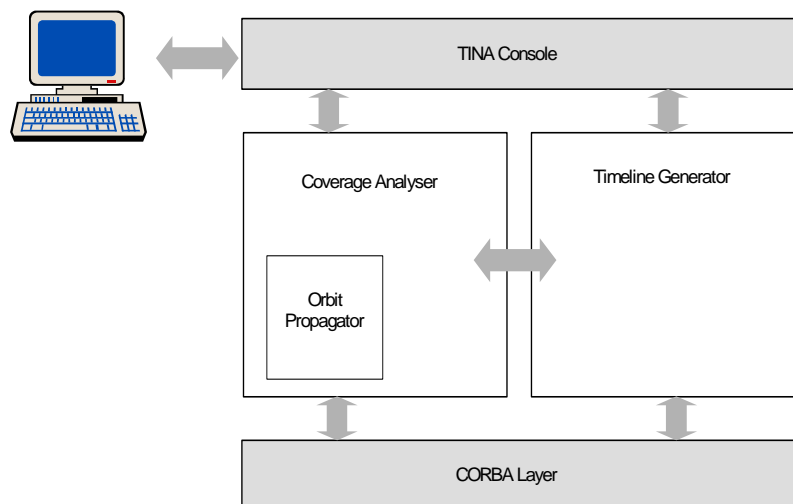


Abb. 2.1: TINA V5 System Architektur [TINA V5 β]

Beim derzeitigen Prototypen TINA V5 β sind die in Abb. 2.1 grau unterlegten Module noch nicht vollständig implementiert. Die Verbindung der Module ist derzeit noch mit Dateischnittstellen realisiert. Später sollen diese wie bei TINA V4.2 mit CORBA-Schnittstellen ausgerüstet und unter UNIX über LAN miteinander verbunden werden.

2.1.1 TINA Console

Die TINA Console ist eine grafische Nutzerschnittstelle. Sie stellt Editoren zur nutzerfreundlichen Eingabe von Daten bereit, und prüft die Konsistenz dieser Eingaben. Mehrere TINA Konsolen können gleichzeitig als Clients mit einem Timeline-Generator Server arbeiten. Es stehen u.a. die nachfolgend dargestellten Funktionalitäten zur Verfügung.

- ❑ Erzeugen eines Modells des Satelliten, Eingabe seiner Ressourcen und Instrumente (sh. dazu auch Kap. 2.2, Das Modellierungskonzept von TINA)
- ❑ Eingabe von Benutzeranfragen (User Requests, sh. auch Kap. 2.3)
- ❑ Interaktive Abfragen an das System (z.B. Sichtbarkeit von Bodenzielen)
- ❑ Steuerung der Timelinegenerierung
- ❑ Anzeige der erzeugten Timelines

In der aktuellen TINA V5 β -Release sind die Benutzerkonsole und die CORBA Verbindungsebene bislang noch nicht vollständig implementiert. In Abb. 2.2 ist deshalb die Oberfläche der älteren TINA-Version 4.2 dargestellt.

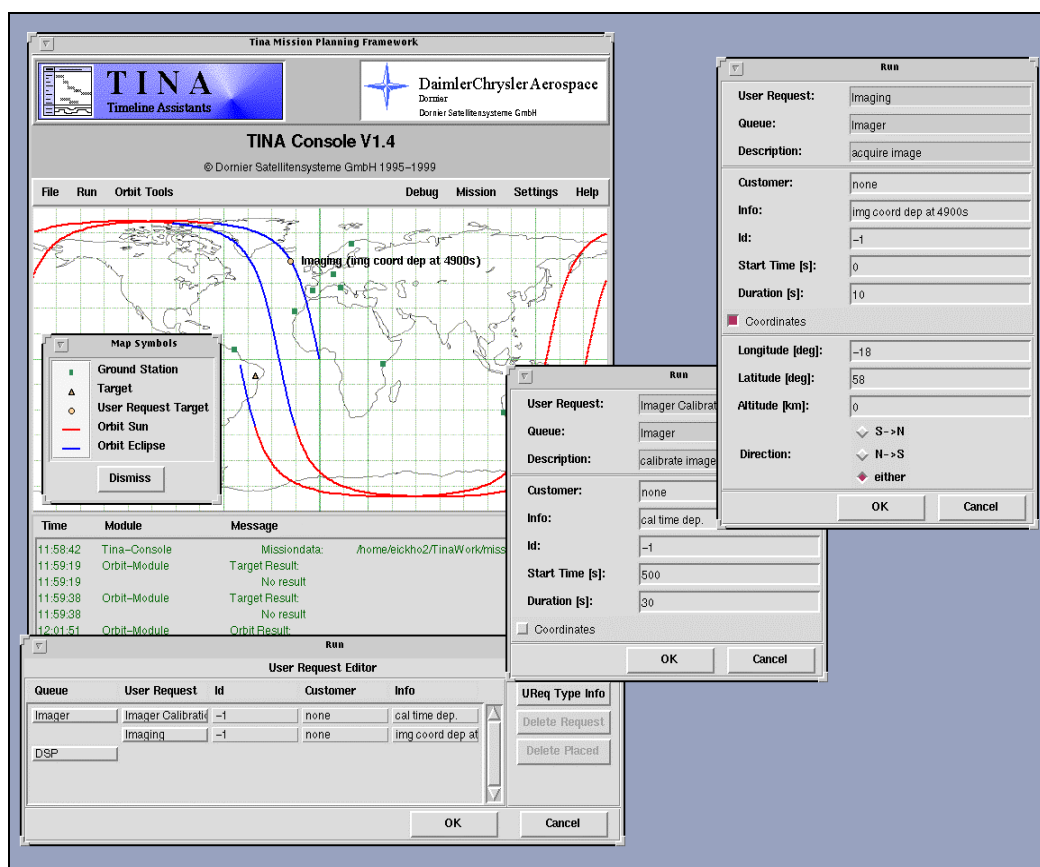


Abb. 2.2: TINA V4.2 Console (aus [KEIL])

2.1.2 Orbit- und Coverage-Analysis-Module (Coverage Analyser)

Der Coverage Analyser (vgl. wieder Abb. 2.1) erfüllt die folgenden Funktionen (vgl. auch Kap. 3):

- ❑ Berechnung von Satellitenpositionen zu einer vorgegebenen Zeit (Orbitpropagator)
- ❑ Berechnung der Zeit, zu welcher ein Satellit eine gegebene Position erreicht
- ❑ Berechnung von Anfangs- und Endzeiten von Sonnen- und Schattenphasen eines Satelliten
- ❑ Berechnung von Zielgebietssichtbarkeiten (Coverage-Analysis-Module)
- ❑ Berechnung von Bodenstationssichtbarkeiten

Bei der Coverage Analyse werden verschiedene Vorgaben aus den Benutzeranfragen (User Requests) berücksichtigt, wie

- ☐ mit welchem Instrument Aufnahmen von Zielgebieten erfolgen sollen
(z.B. bei verschiedenen SAR-Instrumenten X-Band AND/OR/XOR L-Band)
- ☐ ob die Aufnahmen des Zielgebietes während aufsteigendem AND/OR/XOR absteigendem Überflug über das Zielgebiet gemacht werden sollen
- ☐ bestimmte kundenspezifische Instrumentenparameter (Polarisation etc.)

Um eine Benutzeranfrage zu erfüllen, sind für die komplette Abdeckung eines flächenhaften Zieles (*Target*) normalerweise mehrere Überflüge notwendig um das ganze Gebiet abzudecken. Ein solcher Überflug mit Erdbeobachtungen wird in TINA als *Observation* bezeichnet.

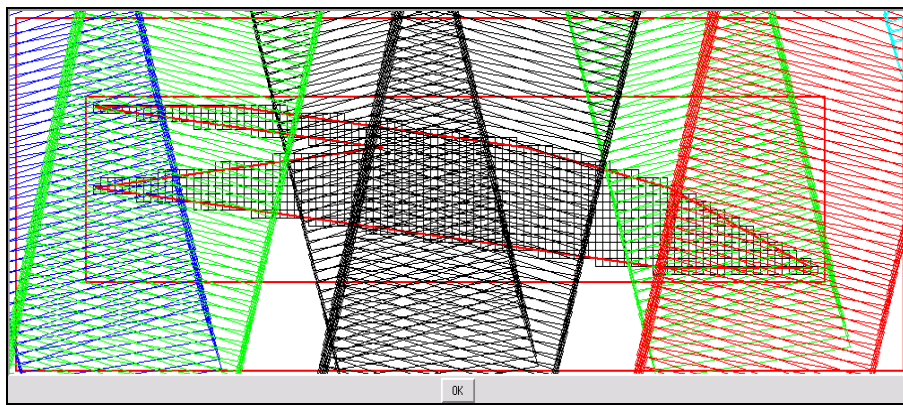


Abb. 2.3: Target (stilisierter Bodensee) mit verschiedenen Observations [TINA V5 β]

Die verschiedenen Aufnahmespuren bzw. Observations ergeben sich durch Berechnung und Aneinanderreihung einzelner Sichtfelder, welche von verschiedenen Positionen des Satelliten aus mit dem jeweiligen Instrument, das zur Beobachtung verwendet werden soll, erfasst werden können.

Während eines Repeat Cycles eines Satelliten können gewöhnlich eine große Anzahl von Observations, bei welchen Teile des Zielgebietes erfasst werden können, berechnet werden.

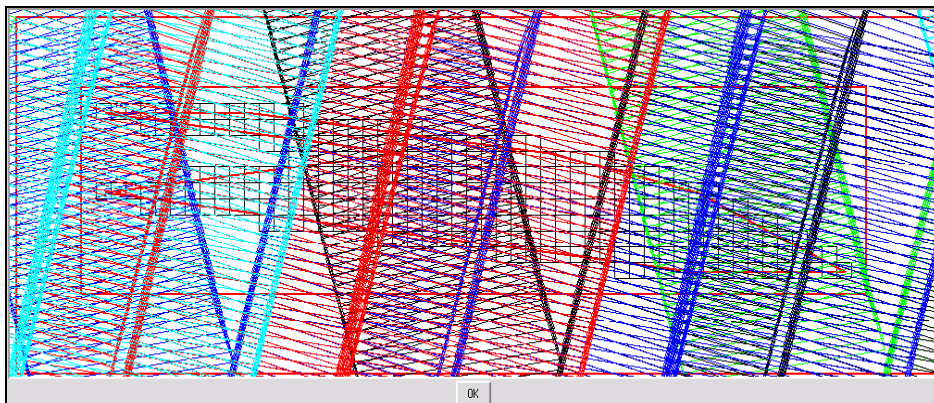


Abb. 2.4: Mögliche Observations für ein Zielgebiet [TINA V5 β]

Der Coverage-Analyser rechnet, unter Einhaltung der oben erläuterten Vorgaben, aus diesen sogenannte *Observation Sets*. Dies sind minimierte Kombinationen von Observations, bei welchen das ganze Zielgebiet komplett abgedeckt wird. Im Coverage Analyser kann eine solche Berechnung entweder nach dem Kriterium der minimalsten Anzahl von Observations oder nach der Abdeckung in der kürzest möglichen Zeit geschehen.

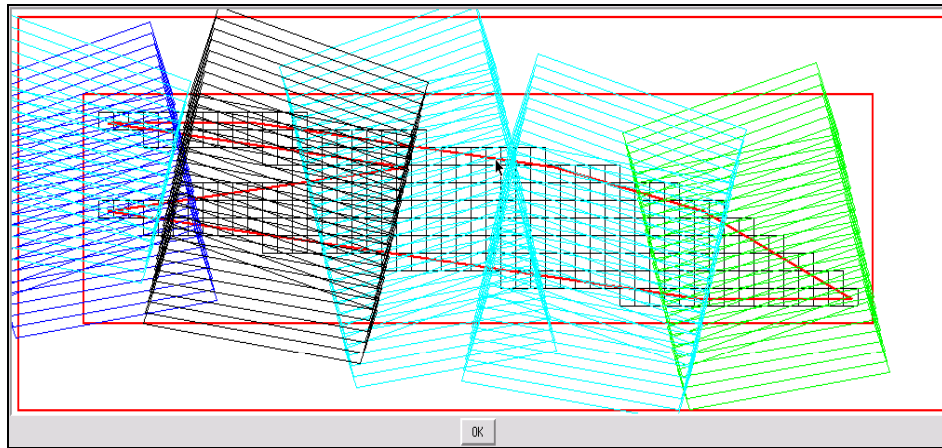


Abb. 2.5: Kombination von Observations für eine vollständige Abdeckung des Zielgebietes [TINA 5β]

Da als Lösungen solcher Kombinationen meist mehrere mögliche Observation Sets in Frage kommen, ist der Coverage Analyser in der Lage, mehrere (benutzerdefinierte Anzahl) solcher Sätze für den Timeline Generator parallel bereitzuhalten.

Desweiteren ist die Möglichkeit gegeben, sogenannte *Observation Set Combinations* zu verwalten. Diese ergeben sich z.B. aus Observations eines Zielgebietes mit mehreren Instrumenten. Eine solche Kombination würde sich beispielsweise ergeben, wenn für obiges Zielgebiet eine Abdeckung mit X-Band-RADAR UND L-Band-RADAR gefordert würde. Die vom Coverage Analyser berechneten Observation Sets (oder Observation Set Combinations) werden dann als Eingabe für den Timeline Generator für die Optimierungsberechnungen, bzw. für die Platzierung auf der Timeline vorgehalten. Um dies für jede einzelne Benutzeranfrage zu ermöglichen, wurde eine spezielle C++ Datenarchitektur entwickelt.

2.1.3 Timeline Generator

Aufgabe des Timeline Generators ist es, die Einzelspuren von Observation Sets auf der Timeline zu platzieren, indem deren Start- und Endzeiten festgelegt werden. Dabei müssen die Verfügbarkeit von Ressourcen, die Einhaltung von Mindest- und Maximaldauer jedes Vorgangs, sowie ggf. die zeitliche Reihenfolge dieser Vorgänge (*constraints*) berücksichtigt werden. Wenn Observations verschiedener Anfragen dabei dicht nebeneinander zu liegen kommen, verbindet der Timeline Generator diese Anfragen (*Activity Merging*), um unnötige Instrumenten Ein- und Ausschaltzyklen zu vermeiden (soweit dies vom Anwender gewünscht wurde; vgl. dazu Ab. 2.6). D.h. das Instrument schaltet z.B. nicht zweimal auf Ein und Aus, sondern bei kurz aufeinanderfolgenden Anfragen evtl. nur in den Standby- oder Heater-Modus.

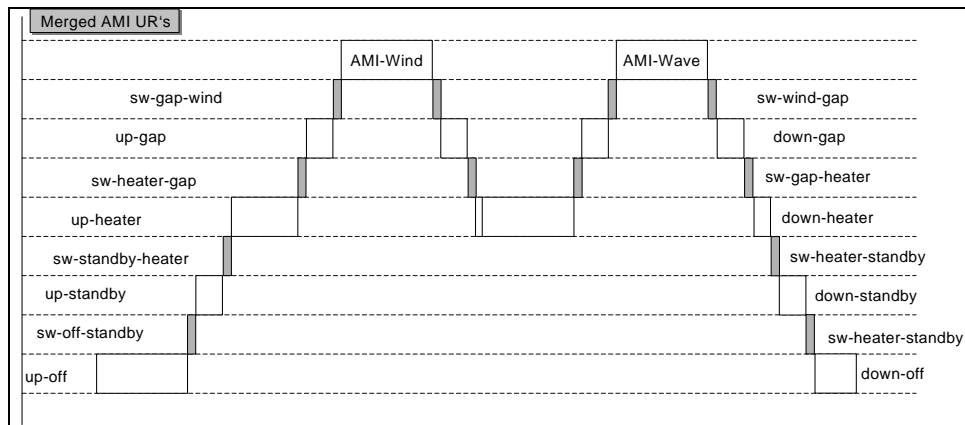


Abb. 2.6: Observation Activity Merging am Bsp. eines RADAR-Instrumentes von ERS [TINA V5 β]

Wenn die Platzierung einer Observation mit einer anderen (oder einer anderen Operation) kollidiert und die Timelinegenerierung für eine Periode mit mehreren Repeat Cycles erfolgt, ist der TINA V5 Timeline Generator in der Lage, die mißlungene Observation zu einem freien Zeitpunkt während eines anderen Repeat Cycles zu platzieren. Oder – falls sich keine Vereinbarung finden läßt – kann eine andere Kombination von Observations aus dieser Benutzeranfrage zur Berechnung verwendet werden.

Um all die verschiedenen möglichen Permutationen der Timeline verarbeiten zu können, ist der TINA V5 Timeline Generator mit einer speziellen Funktionalität ausgestattet, welche versucht die Arbeitsauslastung des Satelliten über dem Planungsintervall zu optimieren. Die Ausgabe des Generierungsprozesses ist schließlich eine Aktivitäten Timeline welche alle Status- und Schaltvorgänge über der Zeit aufzeigt:

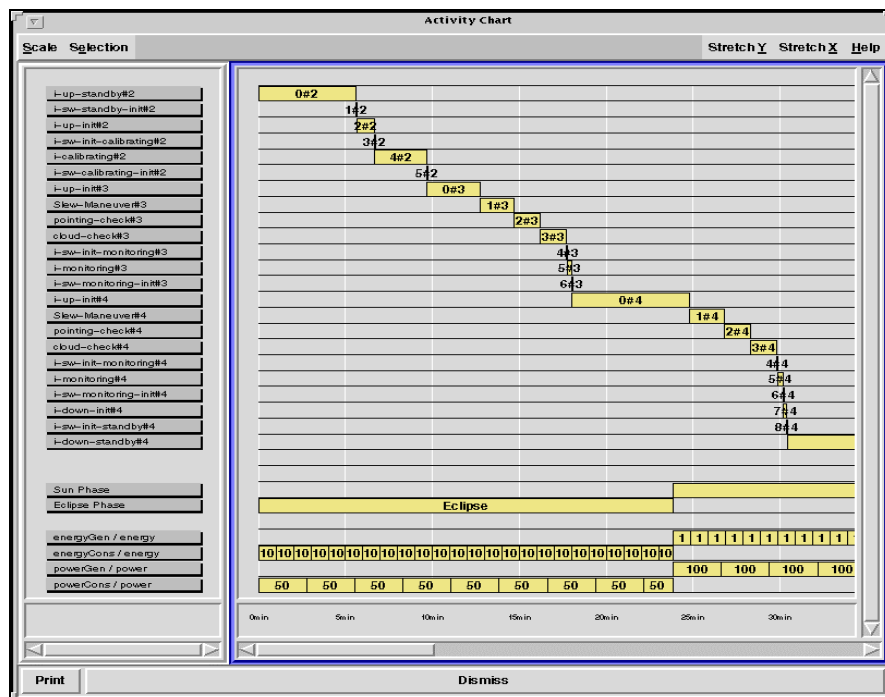


Abb. 2.7: Darstellung einer Timeline [TINA V5 β]

Eine Ressourcen Timeline zeigt die Ressourcenprofile über der Zeit:

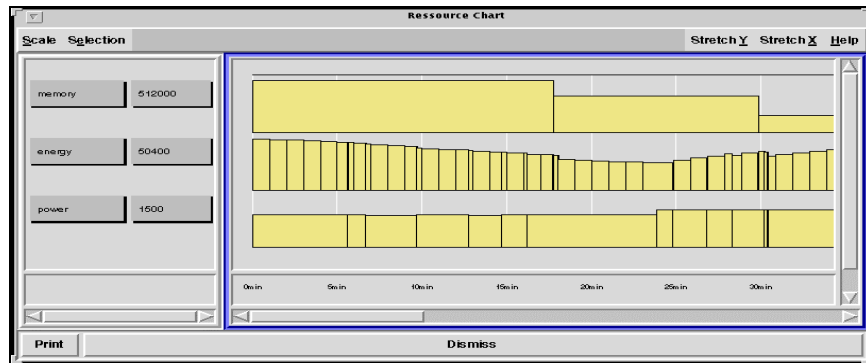


Abb. 2.8: Darstellung von Ressourcenprofilen [TINA V5 β]

TINA ist ein wissensbasiertes Planungssystem, das sogenannte numerische *Constraint-Propagation-Techniken*² nutzt. Bei diesem Problemlösungsverfahren wird nicht, wie bei anderen Verfahren, ein Suchraum durchschritten, bis eine (optimale) Lösung gefunden wird. Statt dessen werden die noch möglichen Lösungen sukzessive eingeschränkt, bis nur noch korrekte Lösungen vorhanden sind, ungeachtet dessen, ob es sich um optimale Lösungen handelt. Das Problem wird dabei zunächst durch seine Variablen, den Wertebereich dieser Variablen, sowie zwischen den Variablen bestehenden Beziehungen beschrieben. Anschließend wird nach Werten für die Variablen gesucht, die alle constraints (Wertebereich und Beziehungen) konsistent erfüllen. Für weitere Ausführungen wird an dieser Stelle auf die einschlägige Literatur über *Künstliche Intelligenz* verwiesen.

Das System wird vor allem für Problematiken eingesetzt, bei denen die Logik des Plans, d.h. die Aneinanderreihung der Aktivitäten einer Timeline, hauptsächlich von seinen Zeit- und Ressourcenconstraints beeinflusst wird. Das TINA-Missionsplanungssystem stellt dabei einen integrierten Ansatz zur konsistenten Aneinanderreihung von Aktivitäten (*planning*) und zur Lösung aller Zeit- und Ressourcenconstraints (*scheduling*) dar. Aufgrund dieser Hybridtechnik wird TINA als „Timeline Generator“ bezeichnet im Gegensatz zu reinen Planungs- oder Scheduling-Werkzeugen.

Der Timeline Generator basiert auf einer objektorientierten Modellierung von

- ☐ verfügbaren und verbrauchten Ressourcen
- ☐ benötigte und zur Verfügung stehende Ressourcen
- ☐ auszuführenden Aktivitäten onboard des Satelliten
- ☐ operationellen Nebenbedingungen

die in Kap. 2.2 erläutert wird.

² engl. *constraint propagation* = Problemlösen durch Beschränkungserfüllung

2.1.4 Spezielle Funktionalitäten von TINA V5

- ❑ TINA V5 wurde entwickelt um Timelines direkt aus entsprechenden User Requests (Zielgebiet, Instrument, Modi, Parameter) heraus zu generieren.
- ❑ Es wurde entwickelt für multi repeat cycle Intervalle. Lange Planungsintervalle werden angestrebt (wie z.B. 16 Wochen für TerraSAR)
- ❑ Die Generierungszeit für Timelines über lange Intervalle hinweg (z.B. 16w, 2 Satelliten, 2 Instrumente) wird auf etwa 60 Stunden auf einer Workstation (Sun Ultra 60) geschätzt.
- ❑ TINA V5 kann optional auch auf einer 64bit Numerik basierend (unter Betriebssystem Sun Solaris 7) betrieben werden. [TINA V5 β]

2.2 Das Modellierungskonzept von TINA

Um eine Missionsplanung durchführen zu können, muß der Satellit rechenintern modelliert werden. Das TINA-System definiert hierzu folgende Objekttypen:

- ❑ Ressourcetypen (*resource types*) zur Modellierung von Ressourcen (z.B. elektrische Energie).
- ❑ Autoaktivitätstypen (*autoactivity types*) zur Modellierung von automatisch ablaufenden Vorgängen (z.B. Aufladen der Batterie während der Sonnenphase des Satelliten).
- ❑ Requesttypen (*request types*) zur Modellierung von möglichen Operationen des Satelliten (z.B. Erdbeobachtungen, Kalibrierung eines Instrumentes)

2.2.1 Ressourcetypen

Ressourcen an Bord des Satelliten sind z.B. elektrische Leistung, elektrische Energie und Datenspeicher. Für jede Ressource existieren Ober- und Untergrenze, welche nicht über- bzw. unterschritten werden können oder dürfen. Der konkrete Betrag einer Ressource, zu einer bestimmten Zeit, wird von verschiedenen Vorgängen beeinflusst. Im TINA System werden zwei Klassen von Ressourcetypen unterschieden:

- ❑ verbrauchbare Ressourcetypen (*consumed resource types*)
- ❑ notwendige Ressourcetypen (*required resource types*)

Verbrauchbare Ressourcetypen

Verbrauchbare Ressourcen können von Vorgängen verbraucht oder produziert werden. Die durch den Vorgang verursachte Veränderung des Betrages der Ressource bleibt auch nach Ende des Vorganges wirksam. Beispiele für verbrauchbare Ressourcen sind elektrische Energie und Speicherplatz. Freier Speicher wird z.B. bei einer Erdbeobachtung verbraucht und später, wenn die Daten zur Bodenstation gesendet wurden, wieder produziert, indem der nicht mehr benutzte Speicher wieder freigegeben wird. Aus Sicherheitsgründen wird ein verbrauchter Betrag am Anfang des Vorgangs von der Ressource abgezogen und ein produzierter Betrag am Ende des Vorgangs zu der Ressource addiert, so daß der tatsächlich im Satelliten vorhandene Betrag der Ressource niemals niedriger sein kann, als der modellierte Betrag.

Notwendige Ressourcetypen

Notwendige Ressourcen können von einem Vorgang für dessen Dauer benötigt oder bereitgestellt werden. Ein Beispiel für diese Art von Ressourcen ist die elektrische Leistung. Jeder Ressourcotyp definiert neben seiner Ober- und Untergrenze noch einen Nominalbetrag (Nominalkapazität). Nach dem Ende des beeinflussenden Vorganges kehrt die Kapazität der Ressource stets zu ihrem Nominalbetrag zurück.

2.2.2 Autoaktivitätstypen

Autoaktivitätstypen dienen der Modellierung automatisch erfolgender Vorgänge, speziell der Modellierung ihres Einflusses auf die Ressourcen des Satelliten. Solche Vorgänge treten in Abhängigkeit von der Orbitphase – d.h. Sonnen- oder Schattenphase – auf. In der Sonnenphase wird z.B. durch Solarzellen elektrische Energie produziert und elektrische Leistung bereitgestellt. In der Schattenphase wird elektrische Leistung benötigt und elektrische Energie verbraucht (z.B. für das Heizen bestimmter Teile).

Um den Einfluß auf verbrauchbare Ressourcen realistisch abzubilden, reicht es nicht aus, einen einzelnen Vorgang pro Sonnen- oder Schattenphase im Modell zu verwenden. In diesem Fall würde die gesamte, während der Sonnenphase produzierte, elektrische Energie erst am Ende der Sonnenphase als verfügbar betrachtet werden. Daher wird jedem Autoaktivitätstyp eine entsprechend kurze Nominaldauer zugeordnet. Bei Generierung der Timeline werden entsprechend viele Einzelvorgänge (Autoaktivitäten) mit dieser Nominaldauer pro Sonnen- bzw. Schattenphase und pro entsprechender Ressource erzeugt.

2.2.3 Requesttypen

Requesttypen modellieren mögliche Satellitenoperationen, wie z.B. eine Erdbeobachtung. Einem Requesttyp ist stets genau ein Schlüsselvorgang (*key activity*)³ zugeordnet. Schlüsselvorgänge sind die Vorgänge, aufgrund derer das Instrument betrieben wird. Der Requesttyp spezifiziert ferner, welche Zustands- und Schaltvorgänge (sog. *state* bzw. *switch activities*)⁴ vor und nach dem Schlüsselvorgang durchlaufen werden müssen, z.B. wie das betreffende Instrument hochgefahren und heruntergefahren werden muß. Die Modellierung einer Erdbeobachtungsoperation (Observation) ist in der nachfolgenden Abbildung dargestellt. [KEIL]

³ z.B. bei einem Radargerät der Beobachtungsvorgang oder bei einem Funkgerät der Datenübertragungsvorgang.

⁴ Zustandsvorgänge dienen der Modellierung von Zuständen, in denen das Instrument längere Zeit verweilt. Das wohl wichtigste Beispiel hierfür ist der ausgeschaltete Zustand. Schaltvorgänge treten typischerweise zwischen zwei anderen Vorgängen auf und sind von kurzer fester Dauer. Sie sind wichtig, da in der Praxis nur diesen Aktivitäten Instrumentenkommandos zugeordnet sind.

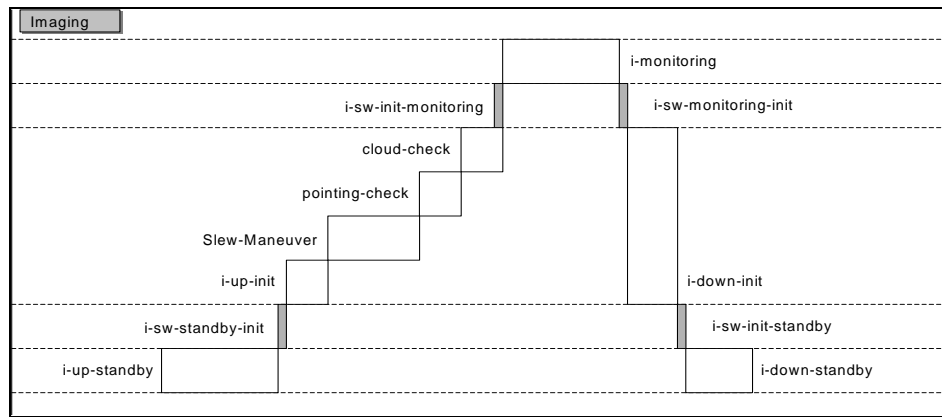


Abb. 2.9: Struktur einer Observation Activity [TINA V5 β]

Man erkennt die verschiedenen switch- und state-activities, wie z.B. Einschalten des Instrumentes in stand-by (*i-up-standby*) über die eigentliche Aufnahme (*i-monitoring*) bis hin zum Ausschalten des Instrumentes (*i-down-standby*).

- ❑ Die key-activity eines UR dient zur Beschreibung aller Operationen in Verbindung mit der Kennzeichnung dieser als (auf der Timeline) platziert oder nicht platziert.
- ❑ Die switch-activities dienen dazu, die logischen Übergänge der Modi beim Ein- und Ausschalten des Instrumentariums zu modellieren.
- ❑ Die state-activities dienen dazu, den Ressourcenverbrauch des Instrumentariums zu modellieren.

All diese Aktivitäten sind durch bestimmte Anfangsbedingungen charakterisiert, welche bei der Platzierung auf der Timeline berücksichtigt werden müssen, da evtl. bzgl. des Systemstatus und den Ressourcen, die von einer Aktivität verbraucht/produziert bzw. benötigt/bereitgestellt werden, Änderungen vorgenommen werden müssen. [TINA V5 β]

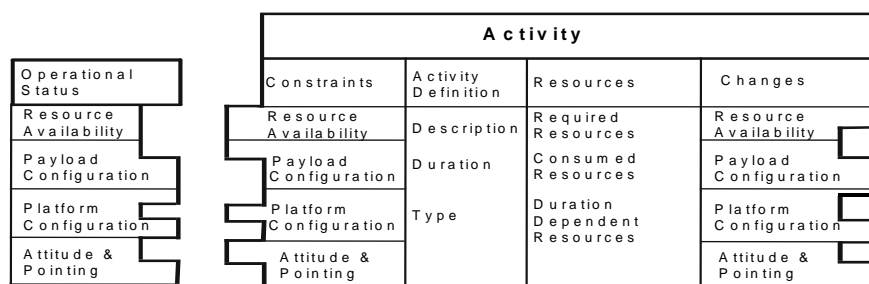


Abb. 2.10: TINA Activity Model [TINA V5 β]

2.3 User Requests

Die Benutzerfreundlichkeit von TINA zeichnet sich durch die Erzeugung der Timelines, basierend auf den User Requests (UR) aus. Ein solches UR-Objekt entspricht einem Satz von Spezifikationen, mittels derer ein Nutzer seinen Auftrag für das Satellitensystem beschreibt.

Solch eine Anfrage beinhaltet typischerweise

- ☐ die Koordinaten des Zielgebietes (Eingabe eines Polygons in geographischen Koordinaten)
- ☐ einen Zeitrahmen, wann die Operation frühestens beginnen und spätestens enden sollte
- ☐ Angaben über die Priorität des Auftrages
- ☐ welches Instrument für die Beobachtung benutzt werden soll
- ☐ Angaben über instrumentenspezifische Parameter
(z.B. Angaben über den Schwenkwinkel eines SAR-Instrumentes, Frequenzbereich, Polarisation, etc.)

Diese modellierten UR-Typen werden in „Warteschlangen“ (sog. *equipment queues*) zusammengefasst bzw. sequenziert um evtl. vorhandene Parallelitäten, wie z.B die Kalibrierung eines Instrumentes und eine Aufnahme mit diesem Instrument zur gleichen Zeit, auszuschließen.

3. Coverage-Analyse

Die Berechnung der Zielgebietssichtbarkeiten wurde im TINA Coverage-Analyser bisher folgendermaßen realisiert:

3.1 Modellierung der Zielgebietserfassung

Um die Abdeckungsberechnungen zu vereinfachen erfolgt zunächst eine Aufteilung in einfache geometrische Objekte. Dazu wird dem Polygon eines Zielgebietes ein gleichmäßiges Raster, das sogenannte *Grid* überlagert. Dieses ist entlang der Meridiane und Parallelkreise ausgerichtet, und die Rasterweite kann, je nach geographischer Lage des Zielgebietes, variieren, da sich durch die Meridiankonvergenz an den Polen bei gleicher Rasterweite (z.B. $0,1^\circ$) kleinere Abstände ergeben, als am Äquator. Dadurch würde sich bei konstanter Rasterweite an den Polen eine zu feine Rasterung ergeben. Ferner werden für jedes Rastergebiet die Eckkoordinaten des minimal einschließenden Rechteckes ermittelt.

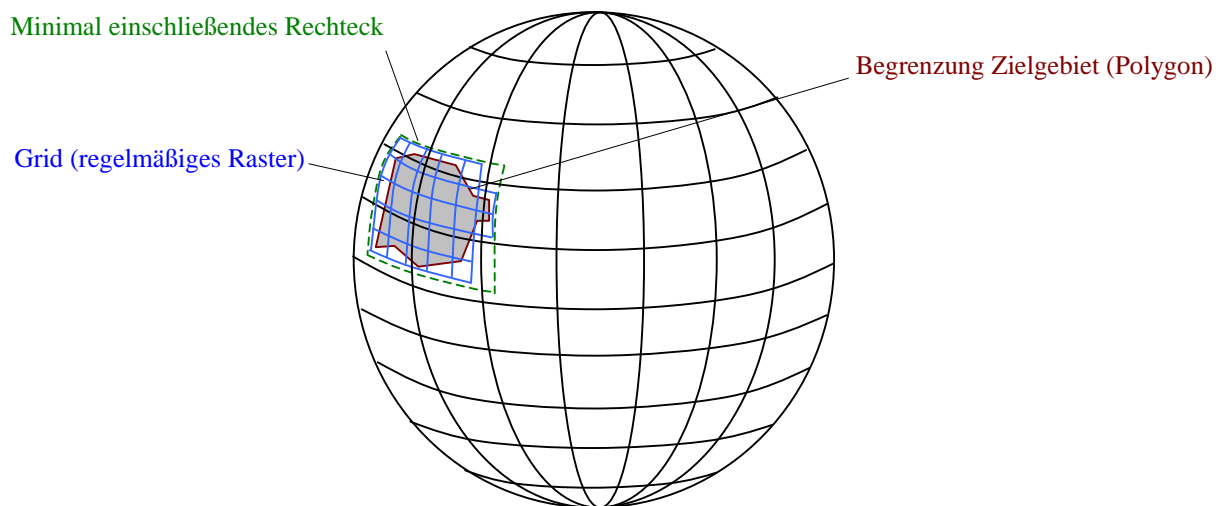


Abb. 3.1: Rastereinteilung eines Zielgebietes und minimal einschließendes Rechteck

Das Orbitpropagator-Programmmodul liefert zu einem beliebigen Zeitpunkt t_i Angaben über die Position des Satelliten in seiner Umlaufbahn. Aus diesen wird zu jedem Zeitpunkt ein sogenanntes *Instrumenten-Pattern* (oder auch *Ground-Pattern*) berechnet. Dies ist das Sichtfeld, welches zur Zeit t_i vom Instrument des Satelliten erfaßt werden kann. Im Falle einer Beobachtung mit RADAR ist dies das Gebiet, das bei einer Aufnahme von den RADAR-Wellen „getroffen“ wird. Je nach Instrument, das zur Datenerfassung verwendet wird, ergeben sich andere Formen für diese Pattern. Im Falle einer Erdbeobachtung mittels eines optischen Instrumentes ist dies z.B. ein Aufnahmekegel, der auf die Erdoberfläche trifft und dort ein nahezu kreisförmiges Pattern erfaßt. Es wird dann vom System verglichen, welche Elemente des Grids innerhalb diesem Aufnahmepattern liegen. Danach werden „getroffene“ Elemente als abgedeckt markiert. Anschließend wiederholt sich der beschriebene Vorgang mit der Position des Satelliten zum Zeitpunkt $t_{i+1} \dots t_n$. Da nur über den Flächen der Zielgebiete die

Notwendigkeit besteht, die Zeitintervalle Δt der Satellitenpositionspropagierung entsprechend klein zu wählen, werden um die minimal einschließenden Rechtecke der Zielgebiete Pufferzonen mit einem bestimmten Abstand generiert. Erreicht ein Pattern solch eine Pufferzone, wird die „Propagierungsgeschwindigkeit“, d.h. die zeitlichen Abstände mit denen die Berechnungen erfolgen, entsprechend verringert und damit Rechenaufwand bzw. Berechnungszeit eingespart.

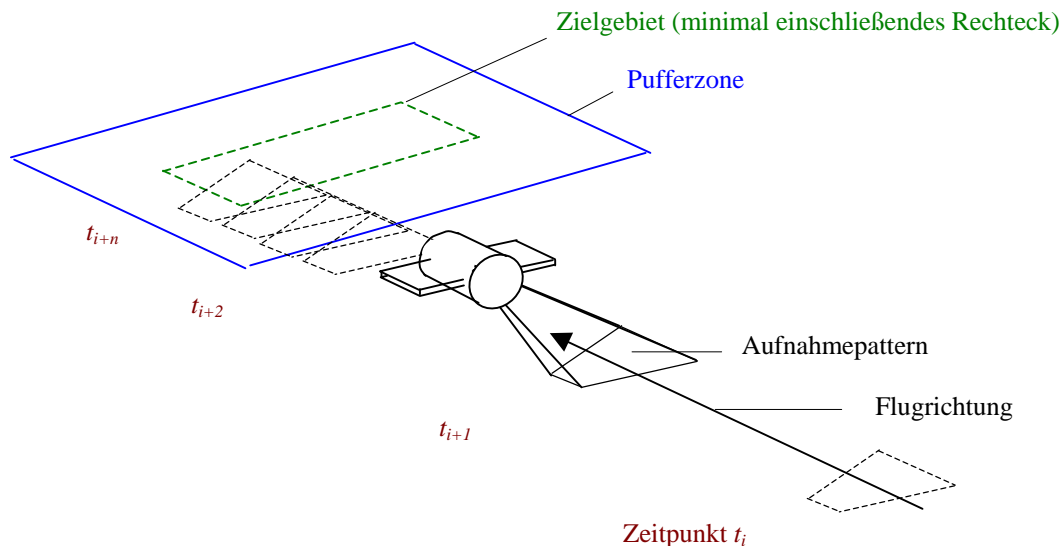


Abb. 3.2: Steuerung der Propagierungsgeschwindigkeit mittels Pufferzonen um die Zielgebiete

Wie in Kap.1 bereits erwähnt, soll das TINA-System zunächst künftig für konkrete Anwendungen eines SAR-Satelliten in Bodenstationen eingesetzt werden. Deshalb folgen zunächst kurz einige Informationen über RADAR und SAR, bevor auf den eigentlichen Berechnungsalgorithmus zur Patternberechnung eingegangen wird.

3.2 RADAR und SAR

Ein RADAR-Instrument besteht aus (je mindestens) einer Sende- / Empfangseinheit. Im Gegensatz zu optischen und Infrarotsensoren, die passiv arbeiten, ist RADAR ein aktiver Sensor. Es sendet und empfängt Mikrowellen (1-1000GHz). RADAR-Aufnahmen sind Einzelfrequenz-Abbildungen der Erde. Dadurch sind diese Aufnahmen, im Gegensatz zu Multispektral-Aufnahmen (z.B. Photographien) in Graustufen sichtbar.

Es gibt zwei Haupttypen von RADAR-Aufnahmen:

- ❑ PPI: *plan position indicator* (circularly scanning), die vorwiegend zur Überwachung von Luft- und Schiffsverkehr dienen
- ❑ Fernerkundungsaufnahmen benutzen SLR (*side looking radar*), SLAR (*side looking airborne radar*) oder SAR (*synthetic aperture radar*). Dieser RADAR-Typ emittiert Signale senkrecht zur Flugrichtung. Diese Signale fallen auf einen schmalen Erdfleck (sog. *swath width*) und werden je nach Entfernung phasenverschoben wieder empfangen. Durch das side looking entsteht eine

Komponente in Höhenrichtung, die Rückschlüsse auf die Topographie liefern kann. Für detailliertere Erläuterungen wird auf [KLAUSING / HOLPP] verwiesen.

Der nachfolgend erläuterte Berechnungsalgorithmus dient der Patternberechnung eines SAR-Sensors. Charakteristische Instrumentenparameter bei SAR sind der Öffnungswinkel Θ (swath angle) und der Schwenkwinkel ϕ gegenüber der Normalen, sowie der Einfallswinkel η (incidence angle).

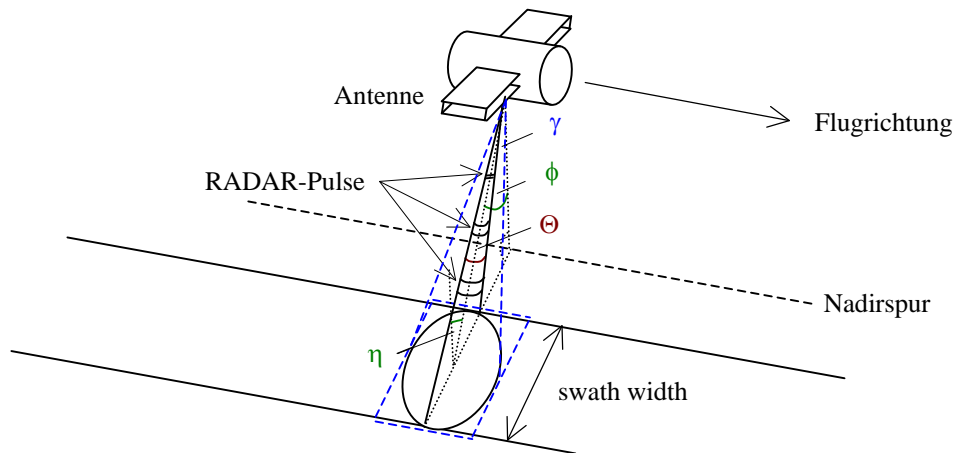


Abb. 3.3: Charakteristische Aufnahmeparameter bei SAR-Beobachtungen [MARONGIU, SAR]

Bei den nachfolgend dargestellten Berechnungen wurde das Groundpattern des SAR-Instrumentes, das in der Realität einer eher elliptischen Form entspricht, durch eine viereckige Form approximiert. Dazu wurde der Öffnungswinkel γ als Instrumentenparameter eingeführt.

3.3 Implementierter Algorithmus zur Berechnung eines SAR-Patterns

Die Berechnung des SAR-Antennenpatterns erfolgt im TINA-System V5 bisher nach dem folgenden Algorithmus:

Als Erdmodell dient eine Kugel mit Radius r_E . Der Orbitpropagator liefert die Satellitenposition als geozentrische Koordinaten $\lambda_S, \varphi_S, r_S$ in einem erdfesten Koordinatensystem (vgl. Abb. 3.4), d.h. Umrechnungen aufgrund der Erdrotation entfallen. Die vorgegebenen Instrumentenparameter sind die Öffnungswinkel Θ und γ des Instrumentes, quer und längs der Flugrichtung, sowie der Einfallswinkel η_{near} zwischen der nächsten Patternseite und der Normalen der Referenzfläche (in diesem Falle der Erdkugel)⁵. (Vgl. Abbildungen 3.3 und 3.5).

Angenommen wird ein Satellitenorbit mit einer Inklination $> 90^\circ$ und ein rechtsblickendes Instrument.

⁵ Die Angabe dieses Instrumentenparameters ist eigentlich untypisch für die Charakterisierung eines SAR-Instrumentes. Vielmehr wird normalerweise der bereits oben im Text angegebene Schwenkwinkel ϕ vorgegeben bzw. der Einfallswinkel η des Mittelstrahles, der sich aus diesem errechnen läßt.

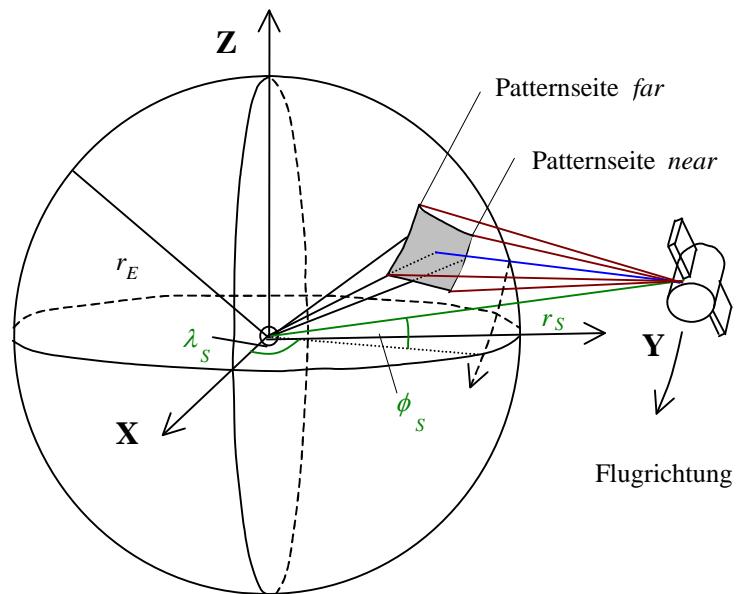
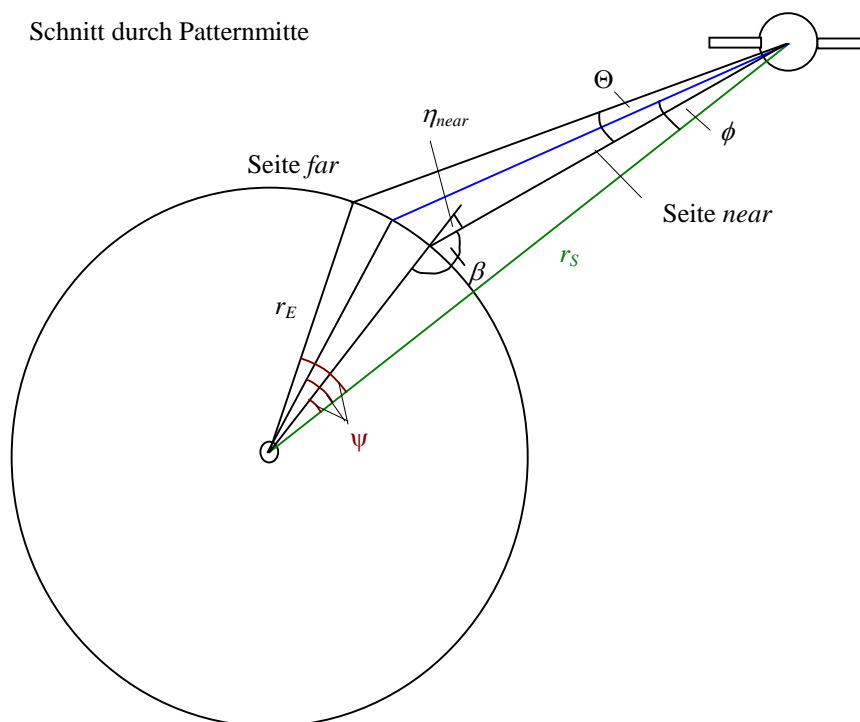


Abb. 3.4: Geozentrische Satellitenkoordinaten

Zunächst erfolgt die Berechnung der Winkel ψ_{near} , ψ_{center} und ψ_{far} zwischen Satellit, Erdmittelpunkt und den Mitten der Patternseiten bzw. des Mittelstrahles des Patterns.

Abb. 3.5: Berechnung der Winkel ψ_{far} , ψ_{center} , ψ_{near}

Es gilt

$$\beta_{near} = 180^\circ - \eta_{near} \quad (3.1)$$

Über den Sinussatz errechnet man

$$\frac{r_S}{\sin \beta_{near}} = \frac{r_E}{\sin(\phi - \frac{\Theta}{2})} \Rightarrow \phi = \arcsin\left(\frac{r_E \cdot \sin \beta_{near}}{r_S}\right) + \frac{\Theta}{2} \quad (3.2)$$

Bei Verwendung des arcsin ist zu beachten, daß Werte im Intervall $[-90^\circ, +90^\circ]$ zurückgegeben werden. Da der Schwenkwinkel ϕ immer kleiner 90° ist, sind in Formel (3.2) keine entsprechenden Umrechnungen (Ergänzungswinkel) notwendig.

Mit ϕ erhält man

$$\psi_{near} = 180^\circ - \left(\phi - \frac{\Theta}{2}\right) - \beta_{near} \quad (3.3)$$

β_{center} und β_{far} errechnen sich jeweils über den Sinussatz. Die Berechnung von ψ_{center} und ψ_{far} erfolgt analog zu Formel (3.3):

$$\frac{r_S}{\sin \beta_{center}} = \frac{r_E}{\sin \phi} \Rightarrow \beta_{center} = 180^\circ - \arcsin\left(\frac{r_S \cdot \sin \phi}{r_E}\right) \quad (3.4)$$

$$\psi_{center} = 180^\circ - \phi - \beta_{center} \quad (3.5)$$

$$\frac{r_S}{\sin \beta_{far}} = \frac{r_E}{\sin(\phi + \frac{\Theta}{2})} \Rightarrow \beta_{far} = 180^\circ - \arcsin\left(\frac{r_S \cdot \sin(\phi + \frac{\Theta}{2})}{r_E}\right) \quad (3.6)$$

$$\psi_{far} = 180^\circ - \left(\phi + \frac{\Theta}{2}\right) - \beta_{far} \quad (3.7)$$

Bei Verwendung des arcsin ist zu beachten, daß dieser Werte im Intervall $[-90^\circ, +90^\circ]$ zurückgibt. Da β immer größer 90° beträgt, wird hier der Ergänzungswinkel ($180^\circ - \dots$) verwendet.

Es folgt die Berechnung des Schnittwinkels α_{Long} der Flugbahn des Satelliten gegenüber der Meridianebene (vgl. Abb. 3.7).

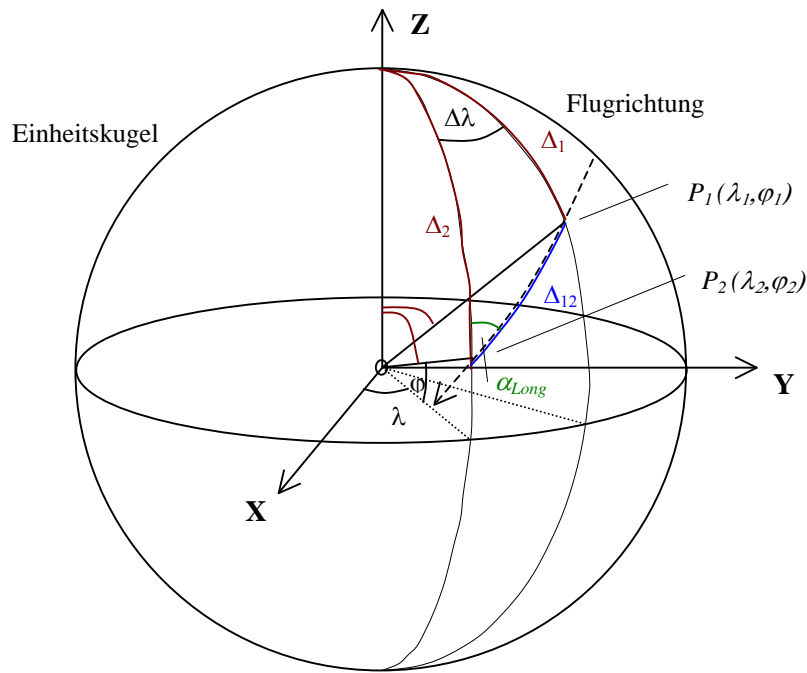


Abb. 3.7: Berechnung des Winkels α_{Long} zwischen Meridian und Flugbahn

$P_1(\lambda_1, \varphi_1)$ und $P_2(\lambda_2, \varphi_2)$ in Abb. 3.7 entsprechen zwei aufeinanderfolgenden Satellitenpositionen (Orbitpropagator), bzw. deren Projektion auf eine Einheitskugel (da nur Winkel berechnet werden ist der Radius unerheblich). Ebenfalls dargestellt sind die Meridiane, welche durch diese beiden Punkte verlaufen. Da die Verbindungslinien zwischen P_1 , P_2 und dem Pol auf der Kugel alle Großkreise darstellen, erlaubt dies die Anwendung der sphärischen Trigonometrie und α_{Long} berechnet sich wie folgt:

$$\Delta_1 = 90^\circ - \varphi_1 \quad \text{und} \quad \Delta_2 = 90^\circ - \varphi_2 \quad (3.8)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (3.9)$$

Aus dem Seitenkosinussatz der sphärischen Trigonometrie ergibt sich

$$\Delta_{12} = \arccos(\cos \Delta_1 \cdot \cos \Delta_2 + \sin \Delta_1 \cdot \sin \Delta_2 \cdot \cos \Delta\lambda) \quad (3.10)$$

Wiederum aus dem Seitenkosinussatz der sphärischen Trigonometrie rechnet sich α_{Long} zu

$$\alpha_{Long} = \arccos\left(\frac{\cos \Delta_1 - \cos \Delta_{12} \cdot \cos \Delta_2}{\sin \Delta_{12} \cdot \sin \Delta_2}\right) \quad \forall \quad \Delta_{12} \in]0^\circ, 180^\circ[\cap \Delta_2 \in]0^\circ, 180^\circ[\quad (3.11)$$

Es ist zu beachten, daß obige Formel nicht für Flugbahnen entlang den Meridianen ($\Delta_{12} = 0^\circ$ bzw. 180°) und für Satellitenpositionen direkt über den Polen ($\Delta_2 = 0^\circ$ bzw. 180°) angewandt werden kann (also für Orbits mit einer Inklination von 90°), da der Nenner des Bruches in diesen Fällen zu Null wird.

Die Berechnung der Patterneckpunkte geschieht dann nach folgender Vorgehensweise:

Zunächst erfolgt die Berechnung der Winkel ξ_i zwischen der, auf eine Einheitskugel projizierten, Flugrichtung (Großkreis) und den Verbindungslinien zwischen der Satellitenposition und den einzelnen Patterneckpunkten.

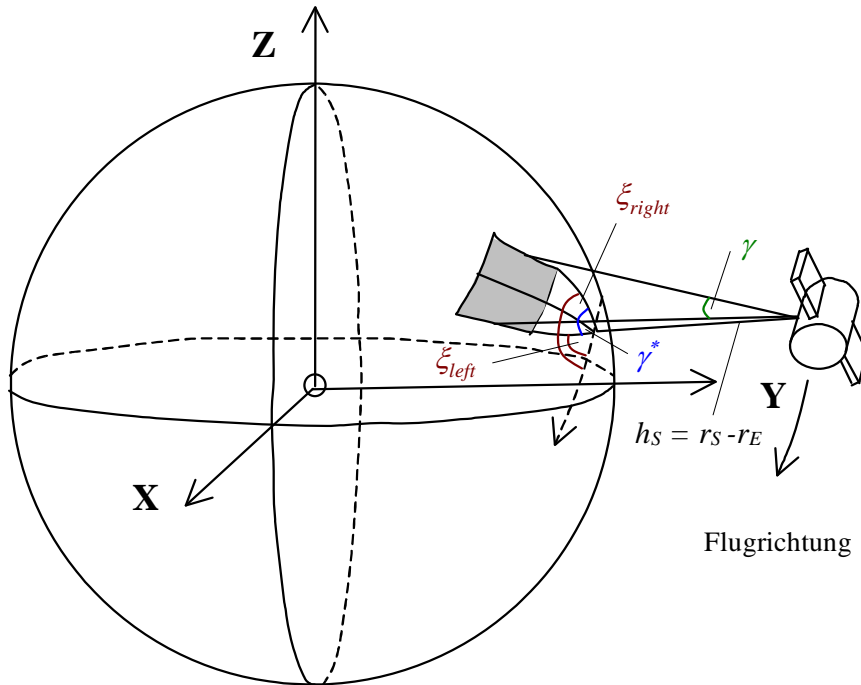


Abb. 3.8: Winkel ξ und γ^* bei der Berechnung der Patterneckpunkte

Der Winkel γ^* berechnet sich über die folgenden Hilfsdreiecke:

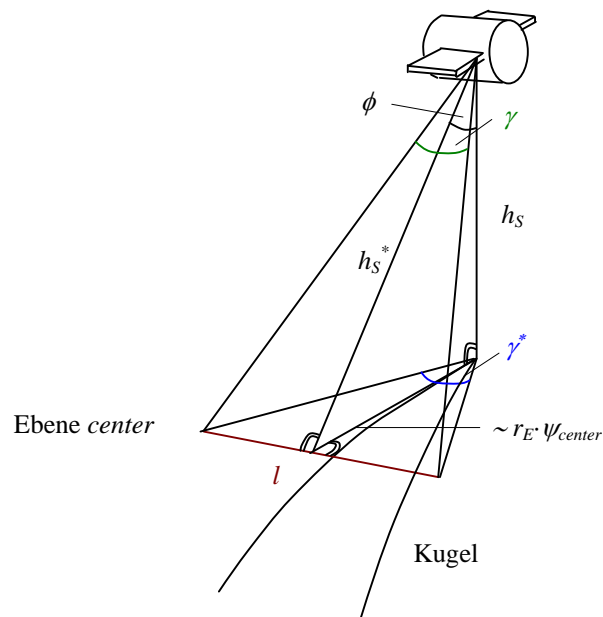


Abb. 3.9: Berechnung der Winkel γ und γ^*

Es gilt

$$h_S^* = \frac{h_S}{\cos \phi} \quad \frac{l}{2} = h_S^* \cdot \tan \frac{\gamma}{2} \quad \gamma^* = 2 \cdot \arctan\left(\frac{\frac{l}{2}}{r_E \cdot \psi_{center}}\right) \quad (3.12)$$

Die Winkel $\xi_{left, right}$ ergeben sich mit γ^* zu

$$\xi_{left} = 90^\circ - \frac{\gamma^*}{2} \quad \text{und} \quad \xi_{right} = 90^\circ + \frac{\gamma^*}{2} \quad (3.13)$$

Es folgt dann die Berechnung der Winkel α_{Lat} zwischen dem Breitenkreis der durch den Satellitenfußpunkt verläuft und den Patternseiten *left* und *right*:

$$\alpha_{Lat\ left} = \alpha_{Long} + \xi_{left} - 90^\circ \quad \text{und} \quad \alpha_{Lat\ right} = \alpha_{Long} + \xi_{right} - 90^\circ \quad (3.14)$$

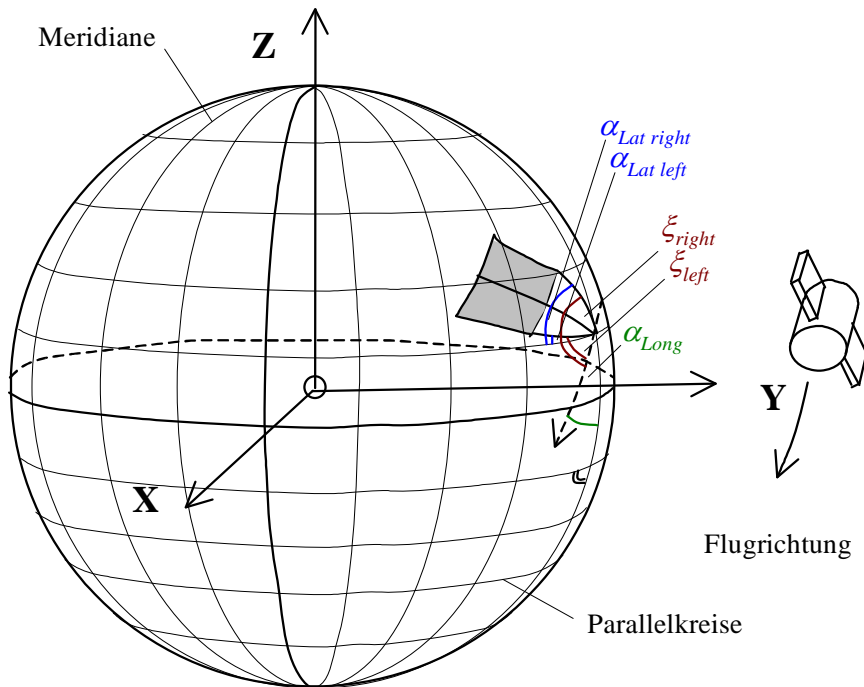


Abb. 3.10: Winkel $\alpha_{Lat\ left}$ und $\alpha_{Lat\ right}$ zwischen Parallelkreis durch Satellitenfußpunkt und Patternseiten

Es werden dann über den sphärischen Sinus- und Seitenkosinussatz $\Delta\lambda_i$ und $\Delta\phi_i$ für alle vier Patterneckpunkte ($i = 1..4$) berechnet (vgl. Abb. 3.11).

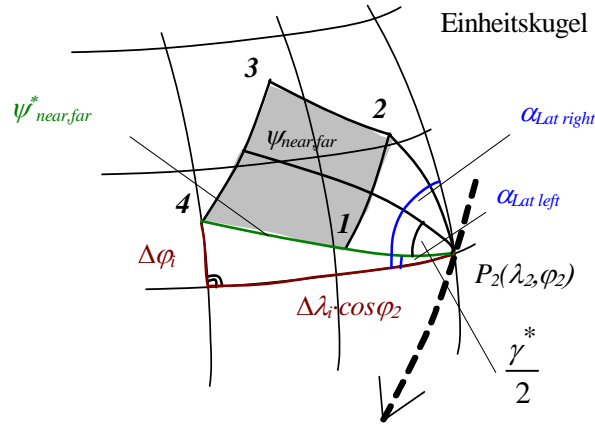


Abb. 3.11: Winkel $\Delta\lambda_i$ und $\Delta\phi_i$ zwischen Satellitenfußpunkt und Patterneckpunkten

Sphärischer Sinussatz:

$$\frac{\sin \Delta\phi_i}{\sin \alpha_{Lat \text{ left, right}}} \approx \frac{\sin \psi_{near, far}^*}{\sin 90^\circ} \Rightarrow \Delta\phi_i \approx \arcsin(\sin \psi_{near, far}^* \cdot \sin \alpha_{Lat \text{ left, right}}) \quad (3.15)$$

Sphärischer Seitenkosinussatz:

$$\cos \psi_{near, far}^* \approx \cos(\Delta\lambda_i \cdot \cos \phi_2) \cdot \cos \Delta\phi_i + \sin(\Delta\lambda_i \cdot \cos \phi_2) \cdot \sin \Delta\phi_i \cdot \cos 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Delta\lambda_i \approx \arccos\left(\frac{\cos \psi_{near, far}^*}{\cos \Delta\phi_i}\right) \cdot \frac{1}{\cos \phi_2} \quad (3.16)$$

Die Berechnung des „schrägen“ Winkels ψ^* erfolgt dabei vereinfacht mit ebener Trigonometrie:

$$\text{mit } \psi_{near}^* \approx \cos \frac{\gamma^*}{2} \cdot \psi_{near} \quad \text{und} \quad \psi_{far}^* \approx \cos \frac{\gamma^*}{2} \cdot \psi_{far} \quad (3.17)$$

Die Koordinaten der Patternpunkte ergeben sich dann durch Addition bzw. Subtraktion der errechneten $\Delta\lambda_i$ und $\Delta\phi_i$ zu den sphärischen Koordinaten des Satellitenfußpunktes. Die Anwendung der sphärischen Trigonometrie in Formel (3.15) und Formel (3.16) ist hier streng genommen nicht erlaubt, da die Patternseiten und auch der Breitenkreis durch den Satellitenfußpunkt keine Großkreise⁶ auf der Kugel sind. D.h. hier wird die sphärische Trigonometrie in einem nicht sphärischen Dreieck angewandt, was insbesondere in den Polregionen zu nicht vernachlässigbaren Fehlern führen kann. Für eine detailliertere Erläuterung des bislang verwendeten Verfahrens zur Patternberechnung auf der Kugel wird auf [MARONGIU, TINA] verwiesen.

⁶ Die Patternseiten ergeben sich durch Schnitt einer Ebene mit einer Kugel. Die Schnittlinien sind „normale“ Kreise und nur in Ausnahmefällen Großkreise.

4. Berechnung eines SAR-Patterns auf einem Rotationsellipsoid

Man ist bestrebt, daß die vom TINA-System durchgeführten Coverage-Analysen möglichst genau mit den späteren real durchgeführten Erdbeobachtungen übereinstimmen. Zum einen, um evtl. Lücken bei der Abdeckung eines Zielgebietes zu vermeiden, zum anderen, um nicht zu viele redundante Aufnahmedaten zu generieren. Dies bedingt auf der einen Seite eine möglichst exakte Modellierung der Flugbahn des Satelliten und auf der anderen Seite eine genaue Modellierung der Erdfigur. Bei der Wahl des für die Berechnungen eingesetzten Erdmodells ist allerdings auch zu beachten, daß sich die Patternberechnung mit diesem Modell möglichst einfach gestalten sollte, um die Rechenzeit des TINA-Systems nicht unnötig zu verlängern.

Der oben dargestellte Berechnungsalgorithmus bezieht sich auf die einfachste Approximation der Erdfigur, nämlich auf die Erdkugel. Eine bessere Annäherung des Erdkörpers durch eine geometrische Figur ist durch ein Rotationsellipsoid gegeben, das die Abplattung der Erde an den Polen modelliert.

Um auf relativ einfache Art eine Verbesserung, bzw. eine Genauigkeitssteigerung bei der Patternberechnung zu erzielen, wurde zunächst angedacht, den bislang implementierten Berechnungsalgorithmus (auf der *Erdkugel*) auf ein Rotationsellipsoid zu übertragen.

4.1 Möglichkeit der Adaption des bereits implementierten Algorithmus

Die Erweiterung des bisher verwendeten Berechnungsverfahrens auf ein Rotationsellipsoid könnte durch eine lokale Approximation des Erdellipsoides durch eine GAUSS'sche Schmiegekugel, also der besten angepassten Kugel im jeweiligen Berechnungspunkt geschehen, auf der das Pattern nach dem bereits erläuterten Verfahren (nach Verbesserungen und Verallgemeinerungen im Algorithmus) berechnet wird.

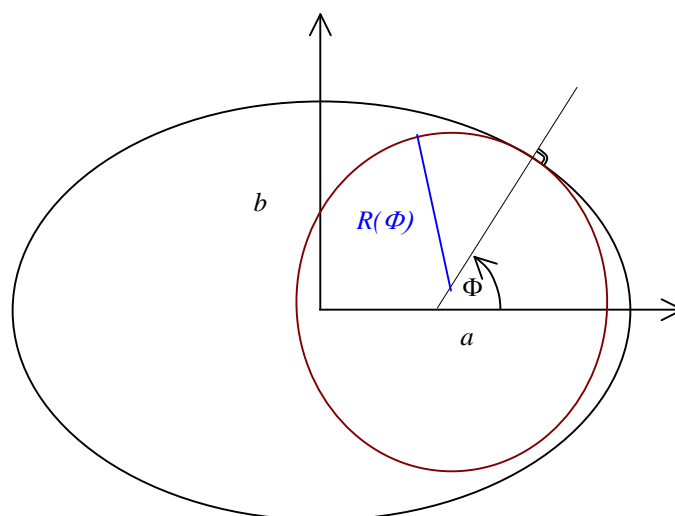


Abb. 4.1: Lokale Approximation eines Rotationsellipsoides durch eine GAUSS'sche Schmiegekugel

Der Radius einer solchen Schmiegekugel berechnet sich mittels des Normalkrümmungs- und Meridiankrümmungsradius $N(\Phi)$ und $M(\Phi)$:

$$N(\Phi) = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Phi}} \quad M(\Phi) = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \Phi)^{3/2}} \quad R(\Phi) = \sqrt{N(\Phi) \cdot M(\Phi)} \quad (4.1)$$

a, b ... große und kleine Halbachse des Rotationsellipsoides

e^2 ... Quadrat der 1. numerische Exzentrizität $\frac{a^2 - b^2}{a^2}$

Um zu überprüfen, ob diese vereinfachte Vorgehensweise in dieser Form angewendet werden kann, wurden zunächst die folgenden Vorüberlegungen angestellt:

Bei dieser Vorgehensweise entstehen zusätzliche Ungenauigkeiten durch (vgl. auch Abb. 4.2 und 4.3)

1. die Approximation des Ellipsoides durch eine (lokale) Kugel (*Geometrie*).
2. eine *Verdrehung* der Kugel, da die Anwendung des bestehenden Algorithmus erfordert daß der Mittelpunkt der Schmiegekugel auf dem geozentrischen Ortsvektor liegt, anstatt auf der Ellipsoidnormalen (Vgl. Abb. 4.3).

Es wurden daher zunächst die folgenden Abschätzungen durchgeführt:

Die Approximation der Ellipsoidform durch die Schmiegekugel gestaltet sich an den Polen am schlechtesten. Es wurden für ein WGS84-Ellipsoid⁷ und einen Satelliten mit einer angenommenen Flughöhe h_s von 700 [km] an den Polen für verschiedene s jeweils die Δ berechnet, wie in Abb. 4.2 dargestellt ($\phi = 60^\circ$ entspricht dabei $s = 1212,435$ [km]).

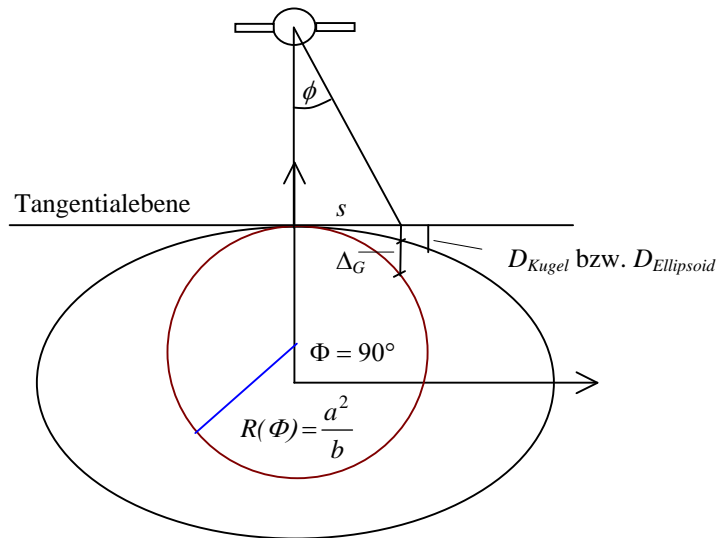


Abb. 4.2: Abschätzung der durch die Geometrie verursachten Abweichungen vom Ellipsoid

⁷ Dies ist ein global der Erdform angepasstes Rotationsellipsoid, welches dem WGS84-System zugrunde liegt, mit den Halbachsen $a = 6378137$ [m] und $b = 6356752,3142$ [m]

s	$D_{\text{Ellipsoid}}$	D_{Kugel}	Δ_G
[km]	[m]	[m]	[m]
50	195,325	195,328	0,003
100	781,344	781,348	0,004
150	1758,163	1758,167	0,004
1000	78612,798	78616,097	4,701
1500	178292,77	178275,549	17,221

Tabelle 4.1: Abweichungen GAUSS'sche Schmiegekugel / Rotationsellipsoid (Geometrie)

Wie man erkennt, sind die Unterschiede, die sich aus der Approximation der Ellipsoidgeometrie ergeben, sehr gering und für die Patternberechnung ausreichend, da z.B. bei SAR ein typischer Maximalwert für ϕ ungefähr 45° beträgt, was einem s von 700 [km] entspricht und der Unterschied Δ zwischen Kugel und Ellipsoid unter 4 [m] liegt.

Die Abweichungen, die sich aus der Drehung der Kugel ergeben wurden abgeschätzt nach:

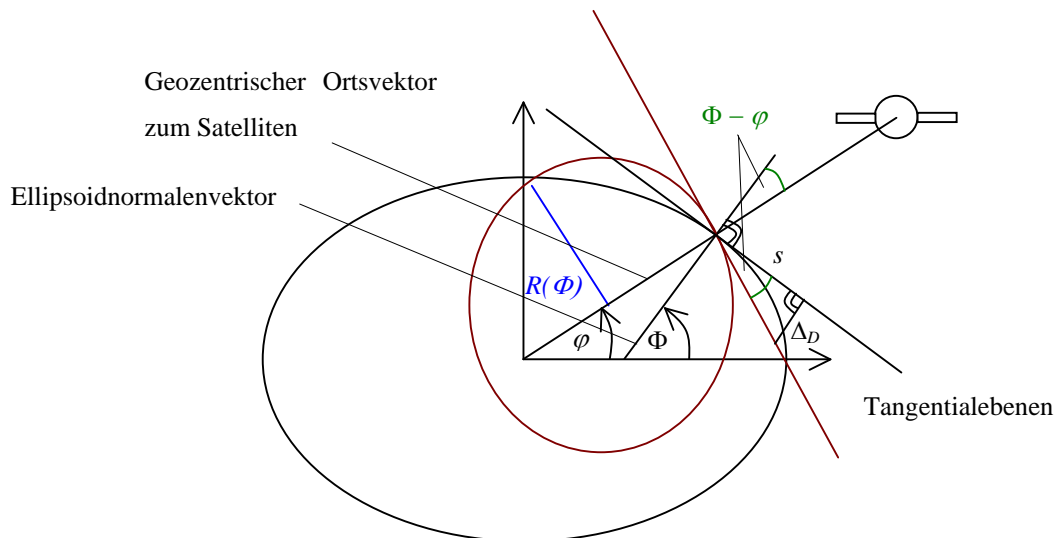


Abb. 4.3: Genauigkeitsabschätzung Drehung bei Approximation Ellipsoid durch Schmiegekugel

$$\Delta_D = \tan(\Phi - \phi) \cdot s \quad (4.2)$$

Der Zusammenhang zwischen ellipsoidischer und geozentrischer Breite ist nach [GROSSMANN, S.9]:

$$\tan \phi = (1 - e^2) \tan \Phi \quad (4.3)$$

Die Differenz zwischen Φ und ϕ wird am größten für $\Phi = 45^\circ$. Auf dem WGS84-Ellipsoid beträgt die Abweichung $(\Phi - \phi)$ dort $11',54$. Diese wurde mittels Formel (4.2) in Δ_D [m] umgerechnet.

s	$\Delta_D = \tan 11',54 \cdot s$
[km]	[m]
50	167,922
100	335,843
150	503,765
1000	3358,431
1500	5037,646

Tabelle 4.2: Abweichungen GAUSS'sche Schmiegekugel / Rotationsellipsoid (Drehung)

Wie man erkennt sind die Differenzen zwischen Kugel und Ellipsoid, die sich aus der Drehung der Kugel ergeben, weitaus größer als die vorher berechneten Δ aus der Geometrie.

Im oben dargestellten Algorithmus wurde, wie bereits erwähnt, bisher nur der Fall eines Satellitenorbits mit einer Inklination größer 90° und ein rechtsblickender SAR-Sensor berücksichtigt. Vor der Erweiterung dieser Berechnungsweise auf ein Rotationsellipsoid müßte daher der Algorithmus zunächst dahingehend verbessert werden, daß die in Kap. 3 bereits angesprochenen Vereinfachungen eliminiert werden und daß auch linksblickende Instrumente und Satellitenbahnen mit einer Inklination kleiner oder gleich 90° gewählt werden können. Aufgrund der Verwendung vieler trigonometrischer Funktionen müssen dabei für die unterschiedlichen Überflugskonstellationen evtl. mehrere Fallunterscheidungen im Algorithmus getroffen werden. Auch muß für jede denkbare Überflugsvariante geprüft werden, ob bei der Verwendung von arcus-Winkelfunktionen ein richtiger Wert zurückgegeben wird, oder ob in manchen Fällen möglicherweise der Ergänzungswinkel zur weiteren Berechnung verwendet werden muß.

In Anbetracht dessen, daß die Verbesserung und Verallgemeinerung des bislang implementierten Algorithmus einen doch nicht unerheblichen Aufwand darstellt, und durch die oben beschriebenen Effekte bei der Patternberechnung auf einer Schmiegekugel Genauigkeitsverluste zu erwarten sind (vgl. auch Kap. 6), wurde diese Idee verworfen und der verallgemeinerte Berechnungsansatz, wie in Kap. 4.2 dargestellt, vorgeschlagen.

4.2 Verallgemeinerter Berechnungsansatz

Im folgenden wird ein verallgemeinerter Ansatz, basierend auf vektorieller Darstellung und Rotationsmatrizen, zur Berechnung der Eckpunkte eines SAR-Patterns erläutert. Die Berechnung erfolgt hier nicht mittels einer Approximation der Referenzfläche, sondern direkt auf einem Rotationsellipsoid. Durch Gleichsetzen der Längen der beiden Halbachsen des Ellipsoides kann die Berechnung auch auf einer Kugel erfolgen. In Kap. 4.2.2 ist eine Möglichkeit zur Berechnung der Patternseiten dargestellt.

4.2.1 Berechnung der Eckpunkte des SAR-Patterns

Als vorgegeben angenommen seien die Parameter des Erdellipsoides in Form der großen und kleinen Halbachse a und b , sowie die folgenden Instrumentenparameter (sh. auch Abb. 3.3):

ϕ Schwenkwinkel des Instrumentes gegenüber der Ellipsoidnormalen

γ Öffnungswinkel des Instrumentes in Flugrichtung

θ Öffnungswinkel des Instrumentes senkrecht zur Flugrichtung.

Die folgenden Formeln zur Berechnung der geodätischen Koordinaten Λ und Φ der Patterneckpunkte sind für linksblickende Instrumente dargestellt. Im Falle rechtsblickender Aufnahmen sind die Instrumentenparameter ϕ und θ jeweils negativ in die Formeln einzusetzen. Setzt man für die Halbachsen jeweils den gleichen Wert, so ergibt sich eine Berechnung auf einer Kugel.

Satelliten(hilfs)koordinatensystem e^*

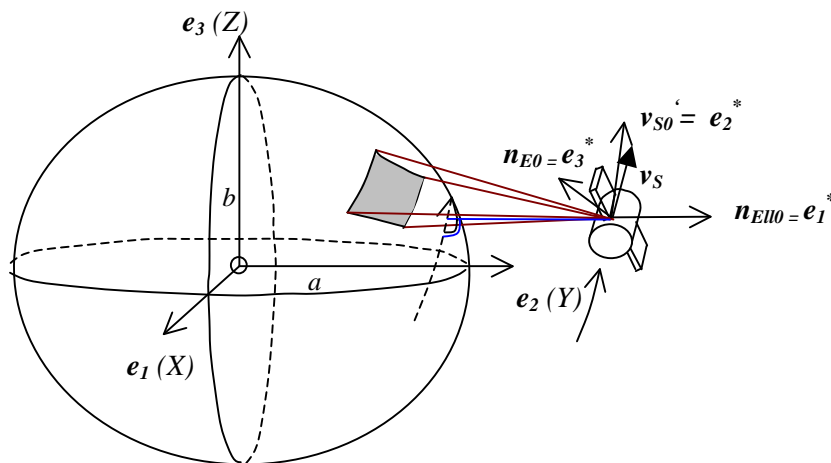


Abb. 4.4: Rotationsellipsoid mit den Halbachsen a und b , Hilfskoordinatensystem e^*

Zur besseren Übersicht werden zunächst die Gleichungen der vier Normalenvektoren der Ebenen, welche das SAR-Signal „begrenzen“, in einem Hilfskoordinatensystem e^* berechnet. Dieses wird gebildet aus dem normierten Normalenvektor des Ellipsoides n_{Ell0} (entspricht der e_1^* -Achse), dem normierten Normalenvektor n_{E0} der Ebene, die durch die e_1^* -Achse und dem Geschwindigkeitsvektor v_S des Satelliten aufgespannt wird (entspricht der e_3^* -Achse), sowie der orthonormalen Ergänzung zum

Rechtssystem \mathbf{v}_{s0}° (entspricht der \mathbf{e}_2^* -Achse). Der Geschwindigkeitsvektor des Satelliten (momentane Flugrichtung) liegt also in der $\mathbf{e}_2^*, \mathbf{e}_3^*$ -Ebene. Dies ist ein sog. nadirorientiertes System, im Gegensatz zu einem flugorientierten System \mathbf{e}° , bei welchem \mathbf{v}_{s0} (normierter Geschwindigkeitsvektor) der \mathbf{e}_2° -Achse entspricht, die \mathbf{e}_3° -Achse gleich wie beim nadirorientierten System gebildet wird und die \mathbf{e}_1° -Achse sich als orthonormale Ergänzung dazu ergibt. Als Ursprung dieser Hilfssysteme wird dabei jeweils das Zentrum des Satelliten angenommen⁸.

$$\mathbf{e}_1^* = [1 \ 0 \ 0]^T \quad \mathbf{e}_2^* = [0 \ 1 \ 0]^T \quad \mathbf{e}_3^* = [0 \ 0 \ 1]^T \quad (4.4)$$

Rotationsmatrizen \mathbf{R}_i

Vor der Berechnung der Ebenennormalenvektoren werden an dieser Stelle kurz die nachfolgend verwendeten Rotationsmatrizen erläutert:

$$\mathbf{R}_1(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_2(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_3(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Multipliziert man z.B. einen Vektor \mathbf{a} mit der Rotationsmatrix $\mathbf{R}_2(\beta)$ so erhält man die Darstellung des Vektors in einem um die \mathbf{e}_2 -Achse des „Ur-Systems“ (um den Winkel β) verdrehten Koordinatensystem.

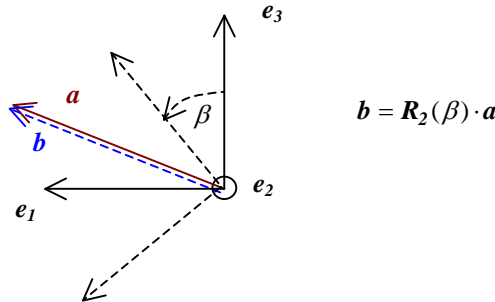


Abb. 4.5: Rotation um die Achse \mathbf{e}_2 in der $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_3$ -Ebene

Zum besseren Verständnis der nachfolgenden Ausführungen sei an dieser Stelle noch kurz erwähnt, daß die Drehung eines Koordinatensystems auch als Drehung des Vektors in die entgegengesetzte Richtung verstanden werden kann. Die Drehung des Koordinatensystems im obigen Beispiel könnte also auch als Drehung des Vektors \mathbf{a} im Uhrzeigersinn in einem festen Koordinatensystem betrachtet werden. Aufgrund der Struktur der Rotationsmatrizen gilt $\mathbf{R}(-\alpha) = \mathbf{R}^T(\alpha)$.

⁸ Streng genommen müßte der Ursprung im Aufnahmeinstrument liegen, bzw. der Offset zwischen Satellitenposition (Orbitpropagator) und dem Instrument auf dem Satelliten berücksichtigt werden. Dieser ist allerdings im Verhältnis zum Abstand des Satelliten von der Erde so verschwindend gering, daß dieser hier vernachlässigt wird.

Berechnung der Ebenennormalenvektoren im Hilfskoordinatensystem e^*

Zunächst erfolgt nun die Berechnung der Normalenvektoren n_{far}^* und n_{near}^* der „Signalebenen“ (im folgenden auch als „Patternebenen“ bezeichnet) *far* und *near*:

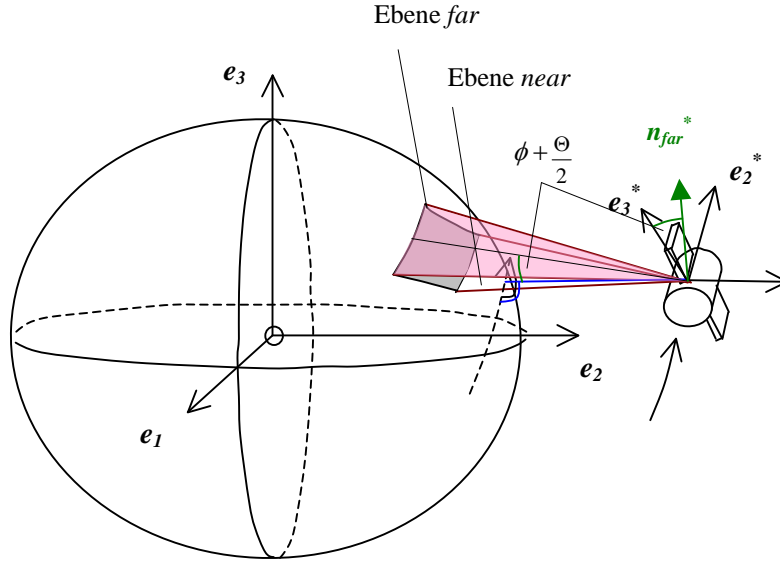


Abb. 4.6: Berechnung der Normalenvektoren der Patternebenen „far“ und „near“

Diese ergeben sich aus einer Drehung der e_3^* -Achse um die e_2^* -Achse um den Winkel $\phi \pm \frac{\Theta}{2}$

(bzw. einer Drehung des Koordinatensystems in die entgegengesetzte Richtung).

$$n_{far}^* = R_2^T\left(\phi + \frac{\Theta}{2}\right) \cdot e_3^* \quad n_{near}^* = R_2^T\left(\phi - \frac{\Theta}{2}\right) \cdot e_3^* \quad (4.6)$$

Die Normalenvektoren der linken und rechten Begrenzungsebenen n_{left}^* und n_{right}^* ergeben sich durch Drehung von e_2^* um den Winkel ϕ um sich selbst und anschließender Drehung des Vektors um $\pm \frac{\gamma}{2}$ um e_3^* (der sich nun in gedrehter Position befindet, da ja eigentlich das Koordinatensystem gedreht wurde). (Vgl. auch Abb. 4.7).

$$n_{left}^* = \left(R_3\left(\frac{\gamma}{2}\right)R_2(\phi)\right)^T e_2^* \quad n_{right}^* = \left(R_3\left(-\frac{\gamma}{2}\right)R_2(\phi)\right)^T e_2^* \quad (4.7)$$

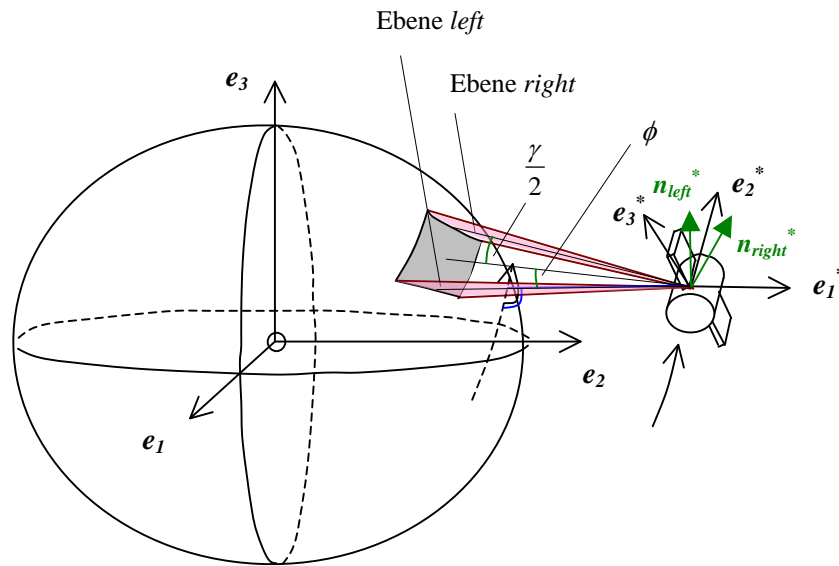


Abb. 4.7: Berechnung der Normalenvektoren der Ebenen left und right

Die bis zu dieser Stelle durchgeführten Berechnungen müssen nur einmal je Instrument gemacht werden, da die Normalenvektoren im Hilfssystem nur von den Instrumentenparametern ϕ , γ und θ abhängig sind. Diese Berechnungsschritte können also, sofern die Instrumentenparameter nicht verändert werden, zu den nachfolgenden Berechnungszeitpunkten (vgl. Kap. 3, Satellitenpropagierung) aus Gründen der Rechenzeitoptimierung eingespart werden.

Berechnung der Transformationsmatrix R

Alle bisherigen Berechnungen wurden im Satellitensystem durchgeführt. Die nachfolgend durchgeführten Berechnungen beziehen sich auf das übergeordnete, erdfeste Koordinatensystem e . Die berechneten Ebenen, bzw. deren Normalenvektoren werden nun nachfolgend in das übergeordnete, erdfeste System e transformiert. Eine solche dreidimensionale Transformation besteht normalerweise aus einer Translation, also einer Verschiebung und einer Rotation, bzw. aus drei Einzelrotationen um die verschiedenen Koordinatenachsen. Da es sich bei den Normalenvektoren der Ebenen um *Richtungsvektoren* ohne Absolutbezug im Raum handelt, ist nur eine Rotation (bzw. drei Einzelrotationen) zur Transformation im dreidimensionalen Raum notwendig. Eine Translation ist nicht erforderlich. Um die Transformationsmatrix, bzw. die Rotationsmatrix zur Transformation vom Satellitensystem in das übergeordnete, erdfeste Koordinatensystem zu bestimmen, werden die Achsen e^* des Hilfskoordinatensystems in globalen, übergeordneten Koordinaten berechnet. Aus diesen kann dann anschließend die Rotationsmatrix berechnet werden. Als erstes werden die (übergeordneten) Koordinaten der (lokalen) e_1^* -Achse bestimmt. Diese Achse entspricht dem normierten Ellipsoidnormalenvektor. Die Berechnung dieses Vektors (in übergeordneten Koordinaten) gestaltet sich wie folgt:

Zunächst wird die Position des Satelliten in kartesische Koordinaten umgerechnet, da diese in geozentrischen Koordinaten λ_s , ϕ_s und r_s gegeben ist (vgl. Abb. 4.8).

Dies geschieht nach der folgenden Formel:

$$\mathbf{x}_S = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = r_S \begin{bmatrix} \cos \lambda_S \cos \phi_S \\ \sin \lambda_S \cos \phi_S \\ \sin \phi_S \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Man bestimmt dann die ellipsoidnormalen Koordinaten (oft auch als geographische oder geodätische Koordinaten bezeichnet) aus den in (4.8) berechneten kartesischen Koordinaten. Die Lösung dieses Problems führt auf eine Gleichung 4. Grades. Nachfolgend sind geschlossene Formeln zur Lösung aufgeführt. Die Herleitung dieser ist bei [HEIKKINEN] nachzulesen.

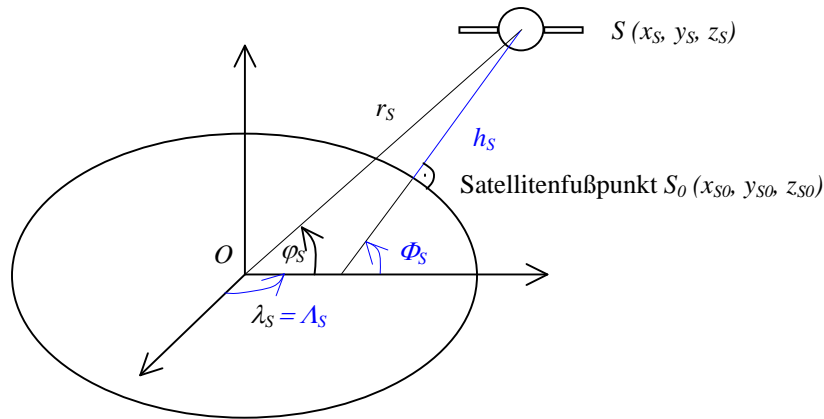


Abb. 4.8: Geozentrische und geodätische Satellitenkoordinaten

a, b ... Halbachsen des Rotationsellipsoides

x_S, y_S und z_S ... kartesische Koordinaten des Satelliten

e, e' ... 1. (relative) und 2. numerische Exzentrizität des Ellipsoides, Berechnung nach (4.9)

$$e^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2} \quad e'^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{b^2} \quad E^2 = a^2 - b^2 \quad (4.9)$$

$$r = \sqrt{x_S^2 + y_S^2} \quad (4.10)$$

$$F = 54b^2 z_S^2 \quad (4.11)$$

$$G = r^2 + (1 - e^2)z_S^2 - e^2 E^2 \quad (4.12)$$

$$c = \frac{e^4 F r^2}{G^3} \quad (4.13)$$

$$s = \sqrt[3]{1 + c + \sqrt{c^2 + 2c}} \quad (4.14)$$

$$P = \frac{F}{3(s + \frac{1}{s} + 1)^2 G^2} \quad (4.15)$$

$$Q = \sqrt{1 + 2e^4 P} \quad (4.16)$$

$$r_0 = -\frac{Pe^2 r}{1+Q} + \sqrt{\frac{a^2}{2}(1+\frac{1}{Q}) - \frac{P(1-e^2)z_s^2}{Q(1+Q)} - \frac{P r^2}{2}} \quad (4.17)$$

$$U = \sqrt{(r - e^2 r_0)^2 + z_s^2} \quad (4.18)$$

$$V = \sqrt{(r - e^2 r_0)^2 + (1 - e^2)z_s^2} \quad (4.19)$$

$$z_0 = \frac{b^2 z_s}{aV} \quad (4.20)$$

$$h_s = U(1 - \frac{b^2}{aV}) \quad (4.21)$$

$$\sin \Phi_s = \frac{z_s + e'^2 z_0}{\sqrt{r^2 + (z_s + e'^2 z_0)^2}} \quad \cos \Phi_s = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (z_s + e'^2 z_0)^2}} \quad (4.22)$$

$$\Phi_s = \arctan 2\left(\frac{\sin \Phi_s}{\cos \Phi_s}\right) = \arctan 2\left(\frac{z_s + e'^2 z_0}{r}\right) \quad (4.23)$$

$$\cos \Lambda_s = \frac{x_s}{r} \quad \sin \Lambda_s = \frac{y_s}{r} \quad \text{für } r=0 \text{ bleibt } \Lambda_s \text{ unbestimmt} \quad (4.24)$$

$$\Lambda_s = \arctan 2\left(\frac{\sin \Lambda_s}{\cos \Lambda_s}\right) = \arctan 2\left(\frac{y_s}{x_s}\right) = \lambda_s \quad (4.25)$$

Λ_s ... ellipsoidische Länge, Φ_s ... ellipsoidische Breite und h_s ... ellipsoidische Höhe des Satelliten

Im Anhang ist zusätzlich eine alternative Lösung dieses Problems dargestellt.

Es folgt die Umrechnung der ellipsoidischen Koordinaten des Satellitenfußpunktes S_0 ($h=0$) auf dem Ellipsoid in kartesische Koordinaten nach

$$\begin{bmatrix} x_{S0} \\ y_{S0} \\ z_{S0} \end{bmatrix} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Phi_s}} \begin{bmatrix} \cos \Lambda_s \cos \Phi_s \\ \sin \Lambda_s \cos \Phi_s \\ (1 - e^2) \sin \Phi_s \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Der Ellipsoidnormalenvektor \mathbf{n}_{Ell} , bzw. \mathbf{n}_{Ell0} (normiert) berechnet sich nun zu

$$\mathbf{n}_{Ell} = \begin{bmatrix} \frac{x_{S0}}{a^2} & \frac{y_{S0}}{a^2} & \frac{z_{S0}}{b^2} \end{bmatrix}^T \quad \text{und} \quad \mathbf{n}_{Ell0} = \frac{\mathbf{n}_{Ell}}{|\mathbf{n}_{Ell}|}. \quad (4.27)$$

Dies ist nun also die Darstellung der e_1^* -Achse des Hilfskoordinatensystemes in übergeordneten Koordinaten.

Die e_3^* -Koordinatenachse entspricht dem normierten Normalenvektor \mathbf{n}_{E0} der Ebene, die durch die e_1^* -Achse (also dem Ellipsoidnormalenvektor \mathbf{n}_{Ell0}) und dem Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v}_S des Satelliten aufgespannt wird. Diese Achse berechnet sich in übergeordneten Koordinaten mittels des Kreuzproduktes zwischen \mathbf{n}_{Ell0} und \mathbf{v}_S . Der Geschwindigkeitsvektor \mathbf{v}_S (Flugrichtung) des Satelliten kann mittels zweier aufeinanderfolgender Satellitenpositionen \mathbf{x}_{S1} und \mathbf{x}_{S2} (Differenzenquotient) approximiert werden.

$$\mathbf{v}_S \approx \frac{\mathbf{x}_{S2} - \mathbf{x}_{S1}}{\Delta t} \quad (4.28)$$

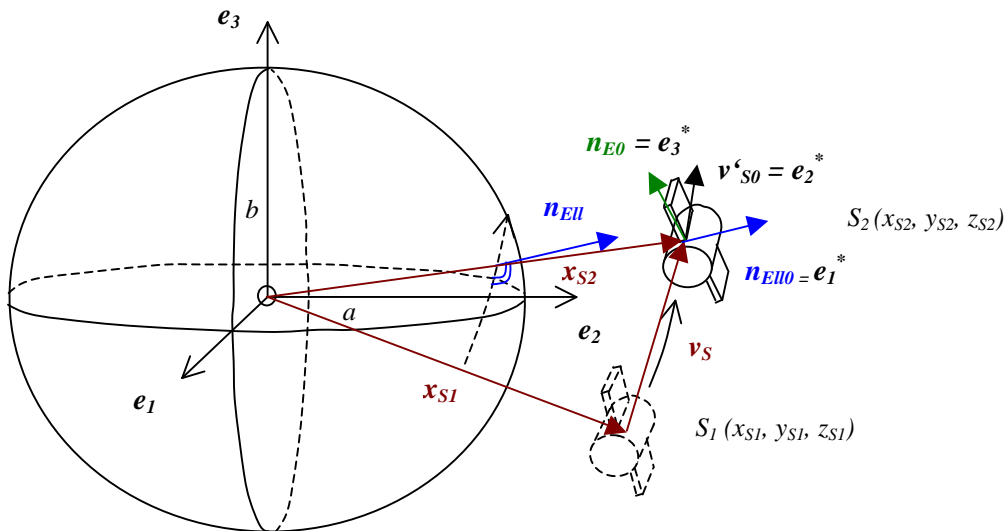


Abb. 4.9: Approximation des Geschwindigkeitsvektor aus zwei aufeinanderfolgenden Satellitenpositionen

Das Δt in Formel (4.28) kann im Grunde auch weggelassen werden, da man nur an der Richtung des Vektors interessiert ist, und es sich bei der Normierung der Vektoren wieder herauskürzt.

Damit ergibt sich \mathbf{n}_{E0} zu

$$\mathbf{n}_E = \mathbf{n}_{Ell0} \times \mathbf{v}_S \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{n}_{E0} = \frac{\mathbf{n}_E}{|\mathbf{n}_E|} \quad (4.29)$$

Mit (4.29) hat man also auch die Darstellung der e_3^* -Koordinatenachse in übergeordneten Koordinaten.

Die e_2^* -Koordinatenachse ergibt sich als orthonormale Ergänzung zu den bereits berechneten Koordinatenachsen, also aus dem Kreuzprodukt der e_3 - und e_1 -Achse, bzw. von \mathbf{n}_{E0} und \mathbf{n}_{Ell0} im übergeordneten, erdfesten Koordinatensystem.

$$\mathbf{v}_S' = \mathbf{n}_{E0} \times \mathbf{n}_{Ell0} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{v}_{S0}' = \frac{\mathbf{v}_S'}{|\mathbf{v}_S'|} \quad (4.30)$$

Es sind nun die Koordinatenachsen des Hilfskoordinatensystems (e_1^* , e_2^* , e_3^*) in globalen Koordinaten (\mathbf{n}_{Ell0} , \mathbf{v}_{S0}' , \mathbf{n}_{E0}) bekannt. Damit läßt sich nun die Rotationsmatrix \mathbf{R} angeben:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{Ell0} & \mathbf{v}_{S0}' & \mathbf{n}_{E0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{Ell0_x} & v_{S0_x}' & n_{E0_x} \\ n_{Ell0_y} & v_{S0_y}' & n_{E0_y} \\ n_{Ell0_z} & v_{S0_z}' & n_{E0_z} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Transformation der Ebenennormalenvektoren in das erdfeste Koordinatensystem e

Die Transformation der oben errechneten Normalenvektoren \mathbf{n}^* der Patternebenen in das übergeordnete erdfeste Koordinatensystem e erfolgt nach

$$\mathbf{n}_i = \mathbf{R} \mathbf{n}_i^* \quad (4.32)$$

Wobei i dabei die Ebenen *far*, *near*, *left* und *right* bezeichnet.

Berechnung der Schnittgeraden s_{ij} des SAR-Signales

Um die vier Eckpunkte des Pattern zu berechnen, werden nun aus den transformierten Vektoren die Schnittgeraden der „Signalebenen“ berechnet die dann wiederum mit dem Ellipsoid zum Schnitt gebracht werden. Auf diese Weise erhält man die Durchstoßpunkte, bzw. die Ecken des Patterns auf dem Erdmodell.

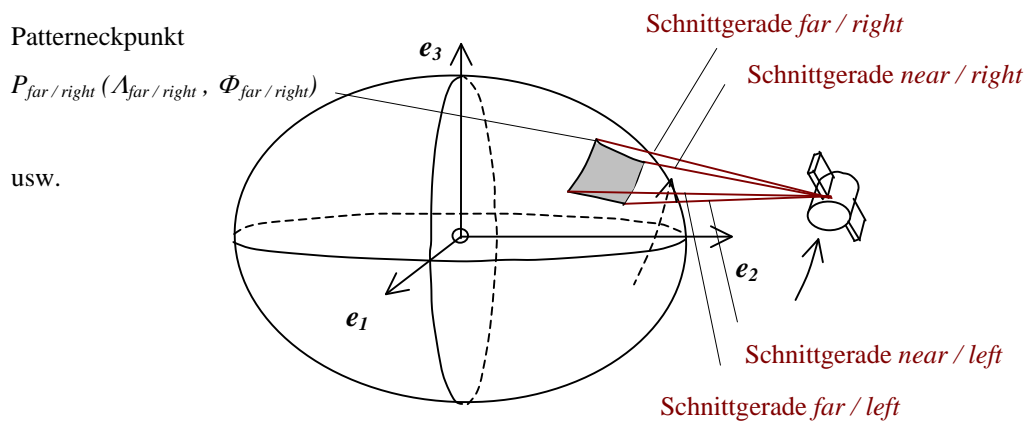


Abb. 4.10: Schnittgeraden der verschiedenen Patternebenen

Die Richtung der Schnittgeraden zweier Ebenen i und j ergibt sich aus dem Kreuzprodukt ihrer Normalenvektoren.

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{n}_i \times \mathbf{n}_j \quad (4.33)$$

Die vollständigen Geradengleichungen ergeben sich zu

$$\mathbf{s}_{ij} = \mathbf{x}_S + l_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} \quad \text{bzw.} \quad \begin{bmatrix} s_{ij_x} \\ s_{ij_y} \\ s_{ij_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} + l_{ij} \cdot \begin{bmatrix} r_{ij_x} \\ r_{ij_y} \\ r_{ij_z} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

wobei ij die Kombinationen *far/left*, *far/right*, *near/left* und *near/right* bezeichnet.

Berechnung der Patterneckpunkte

Die Formeln zur Berechnung der Schnittpunkte der oben berechneten Geraden mit dem Ellipsoid wurde durch Einsetzen der Geradengleichung in die Normalenform des Ellipsoides hergeleitet. Man erhält eine quadratische Gleichung für l_{ij} , welche mittels der Mitternachtsformel gelöst werden kann.

$$a_{ij} = b^2 r_{ij_x}^2 + b^2 r_{ij_y}^2 + a^2 r_{ij_z}^2 \quad (4.35)$$

$$b_{ij} = 2 \cdot (b^2 x_S r_{ij_x} + b^2 y_S r_{ij_y} + a^2 z_S r_{ij_z}) \quad (4.36)$$

$$c_{ij} = b^2 x_S^2 + b^2 y_S^2 + a^2 z_S^2 - a^2 b^2 \quad (4.37)$$

$$l_{ij\ 1,2} = \frac{-b_{ij} \pm \sqrt{b_{ij}^2 - 4a_{ij}c_{ij}}}{2a_{ij}} \quad (4.38)$$

Je nachdem, ob die jeweilige Gerade das Ellipsoid schneidet, berührt oder gar nicht schneidet, erhält man zwei, eine oder keine Lösung für l_{ij} . Bei zwei erhaltenen Lösungen ist die gesuchte Lösung diejenige, für welche $|l_{ij}|$ den kleineren Wert annimmt. Die kartesischen Koordinaten der Eckpunkte des Satellitenpattern ergeben sich schließlich durch Einsetzen von l_{ij} in Gleichung (4.38).

Die geodätischen Koordinaten dieser Punkte ergeben sich aus

$$\Lambda_{ij} = \arctan 2\left(\frac{s_{ij_y}}{s_{ij_x}}\right) \quad \text{und} \quad \Phi_{ij} = \arctan 2\left(\frac{1}{1-e^2} \cdot \frac{s_{ij_z}}{\sqrt{s_{ij_x}^2 + s_{ij_y}^2}}\right). \quad (4.39)$$

Im Anhang B befindet sich ein numerisches Rechenbeispiel zu dem in Kap. 4.2.1 dargestellten Algorithmus. Eine MATLAB-Programmierung zu diesem Beispiel ist auch auf der beiliegenden CD-ROM unter „Anhang_B.m“ abgespeichert.

4.2.2 Berechnung der Begrenzungslinien des Patterns

Das Pattern wird begrenzt durch Raumellipsen (Schnittlinie einer Ebene mit einem Rotationsellipsoid). Punkte $P(x,y,z)$, die auf einer solchen Schnittlinie liegen, lassen sich wie folgt berechnen:

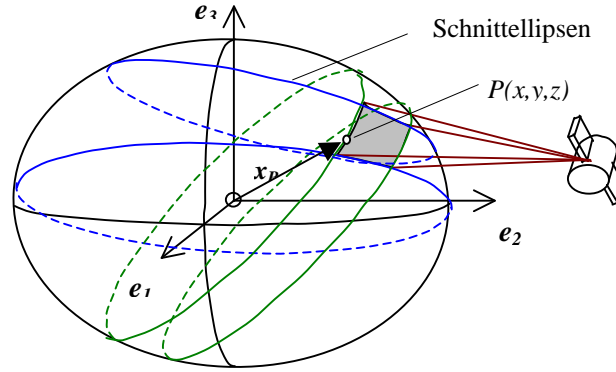


Abb. 4.11: Verbindungslinien der Patternecken, Raumellipsen

Die Normalenvektoren \mathbf{n}_i (i bezeichnet die Ebenen far, near, left und right) der Schnittebenen sind aus Formel (4.32) bekannt. Daraus lassen sich die HESSE'schen Normalenformen dieser bestimmen. Sie lauten

$$\mathbf{n}_{0_i} \mathbf{x}_P = n_{0_{i_x}} x + n_{0_{i_y}} y + n_{0_{i_z}} z = d_i \quad (4.40)$$

$$\text{mit} \quad \mathbf{n}_{0_i} = \frac{\mathbf{n}_i}{|\mathbf{n}_i|} \quad \text{und} \quad d_i = \mathbf{n}_{0_i}^T \mathbf{x}_S, \quad (4.41)$$

wobei d_i der senkrechte Abstand der jeweiligen Ebene vom Ursprung ist. Er wird mittels Punktprobe mit der Satellitenposition \mathbf{x}_S berechnet (vgl. Formel 4.41), da diese in allen Ebenen liegt. Löst man die HESSE'sche Normalenform nach der z -Koordinate auf, so erhält man

$$z = \frac{d_i - n_{0_{i_x}} x - n_{0_{i_y}} y}{n_{0_{i_z}}} \quad (4.42)$$

Setzt man (4.42) in die Normalenform des Ellipsoides

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (4.43)$$

ein, und löst nach y auf, so erhält man

$$y_{1,2} = \frac{-b_i \pm \sqrt{b_i^2 - 4a_i c_i}}{2a_i} \quad (4.44)$$

$$\text{mit} \quad a_i = \frac{1}{a^2} + \frac{n_{0i_y}^2}{n_{0i_z}^2 b^2} \quad (4.45)$$

$$b_i = \frac{2(n_{0i_x} n_{0i_y} x - d_i n_{0i_y})}{n_{0i_z}^2 b^2} \quad (4.46)$$

$$c_i = \frac{x^2}{a^2} + \frac{x^2 n_{0i_x}^2 - 2d_i n_{0i_x} x + d_i^2}{n_{0i_z}^2 b^2} - 1 \quad (4.47)$$

Mittels der Gleichungen (4.42) bis (4.47) lassen sich Punkte P auf den Begrenzungslinien des Patterns berechnen, bzw. je nach der gewählten Anzahl der Zwischenpunkte lassen sich damit die Patternseiten mehr oder minder gut approximieren. Die Berechnung dieser Zwischenwerte erfolgt durch Aufteilung, des von der Patternseite (Eckpunkte bekannt) abgedeckten Bereiches der x -Achse in eine bestimmte Anzahl gleichmäßiger Intervalle. Zu jedem x -Wert lassen sich dann nach den obigen Formeln die zugehörigen y - und z -Koordinaten berechnen. Die richtige Lösung für y muß dabei im Bereich der y -Achse liegen, der durch die jeweiligen beiden Patterneckern begrenzt wird.

5. Berechnung von Pattern opt. Instrumente auf einem Rotationsellipsoid

Im Gegensatz zu SAR, bei welchem die Antennenkeulen mittels eines Rechteckes approximiert wurden, ergibt sich bei Aufnahmen mit optischen Instrumenten ein kreisförmiges „Aufnahmefenster“. Dies kann verglichen werden mit einer Taschenlampe, mittels welcher man aus einiger Entfernung die Erde „beleuchtet“. Der beleuchtete Fleck entspricht dabei dem Aufnahmepattern des optischen Instrumentes. Trifft ein solcher Kreiskegel senkrecht auf eine Kugel, so ergibt sich eine kreisförmige Begrenzung. Auf einem Ellipsoid wird dieser in Aufnahme­richtung verzerrt. Im nachfolgend dargestellten Berechnungsalgorithmus wird diese Form durch eine Anzahl n von Zwischenpunkten (und deren Verbindungsgeraden) approximiert, bzw. der Kreiskegel, welcher vom Instrument ausgeht, wird durch eine Anzahl von Geraden angenähert.

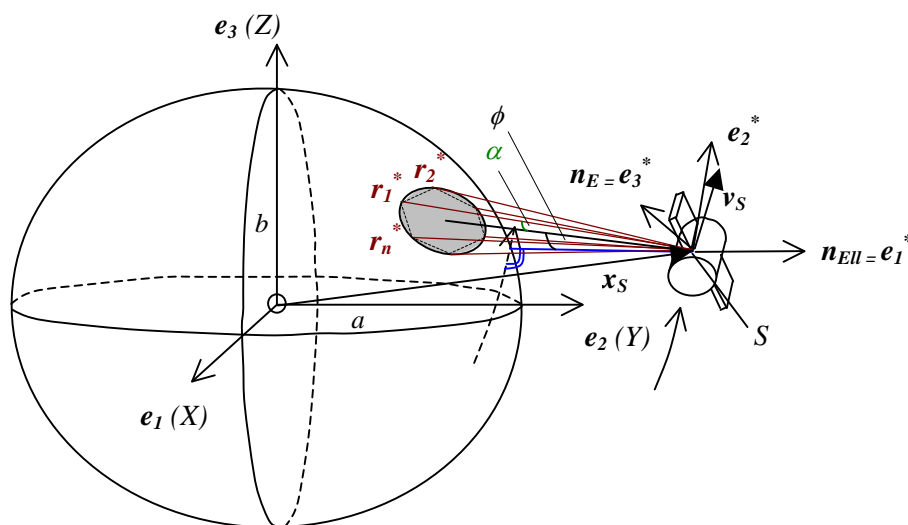


Abb. 5.1: Approximation der Patternform eines optischen Aufnahmeinstrumentes durch Geraden

Als vorgegeben angenommen seien die Parameter des Erdellipsoides in Form der großen und kleinen Halbachse a und b , die Anzahl der Approximationspunkte n , sowie die folgenden Instrumentenparameter (sh. auch Abb. 3.3 und Abb. 5.1):

ϕ Schwenkwinkel des Instrumentes gegenüber der Ellipsoidnormalen

α Öffnungswinkel des Instrumentes (Öffnungswinkel Kreiskegel, Mittelstrahl / Kegelseite).

Die Formeln sind für linksblickende (Schwenkung orthogonal zur Flugrichtung) Instrumente dargestellt. Im Falle rechtsblickender Aufnahmen sind die Instrumentenparameter ϕ und α jeweils negativ in die Formeln einzusetzen. Setzt man für die Halbachsen jeweils den gleichen Wert, so ergibt sich eine Berechnung auf einer Kugel.

Satelliten(hilfs)koordinatensystem e^* (vgl. auch Kap. 4.2.1)

Es werden zunächst die Richtungsvektoren r_i^* ($i = 1..n$), welche die Kegelform approximieren im Hilfskoordinatensystem e^* berechnet, welches bereits in Kap. 4.2.1 eingeführt wurde (vgl. Abb. 5.1).

$$e_1^* = [1 \ 0 \ 0]^T \quad e_2^* = [0 \ 1 \ 0]^T \quad e_3^* = [0 \ 0 \ 1]^T \quad (5.1)$$

Rotationsmatrizen R_i (vgl. ebenfalls Kap. 4.2.1)

Es seien an dieser Stelle nochmals die nachfolgend verwendeten Rotationsmatrizen dargestellt. Auf die Ausführungen dazu wird ebenfalls auf Kap. 4.2.1 verwiesen.

$$R_1(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad R_2(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad R_3(\gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Berechnung der Richtungsvektoren r_i^* des Aufnahmekegels im Hilfskoordinatensystem e^*

Die Berechnung des Vektors r_1^* erfolgt durch Drehung der negierten e_1^* -Achse (Ellipsoidnormalenvektor, zur Erde zeigend) um den Winkel $(\phi + \alpha)$ um die e_2^* -Achse:

$$r_1^* = R_2^T(\phi + \alpha)(-e_1^*) \quad (5.3)$$

Die Bestimmung der Vektoren r_i^* ($i = 2..n$) erfolgt durch

1. Drehung des Koordinatensystems e^* um den Winkel ϕ um die e_2^* -Achse.
2. Drehung des Vektors r_1^* um den Winkel $(i-1) \cdot \frac{2\pi}{n}$ um die e_1^* -Achse (verdrehen um ϕ).
3. Zurückdrehen des Systems e^* in seine Ausgangsposition.

$$r_i = R_2^T(\phi) R_1((i-1) \cdot \frac{2\pi}{n}) R_2(\phi) r_1^* \quad (5.4)$$

(Numerierung der Geraden im Uhrzeigersinn)

Die bisher durchgeführten Berechnungen im Hilfskoordinatensystem müssen für ein Instrument jeweils nur einmal durchgeführt werden, sofern die Instrumentenparameter nicht verändert werden.

Berechnung der Transformationsmatrix R

Alle bisherigen Berechnungen wurden im Satellitensystem durchgeführt. Die nachfolgend durchgeführten Berechnungen beziehen sich auf das übergeordnete, erdfeste Koordinatensystem e . Es folgt nun die Berechnung der Rotationsmatrix R , um die berechneten Vektoren vom Satellitensystem e^* in das

übergeordnete Koordinatensystem e zu transformieren⁹. Die Berechnung von R erfolgt analog den Darstellungen in Kap. 4.2.1. Es können direkt die Formeln (4.8) bis (4.31) übernommen werden.

Transformation der Richtungsvektoren r_i^* in das erdfeste Koordinatensystem e

Die Transformation der Richtungsvektoren r_i^* erfolgt dann mittels

$$r_i = R r_i^* \quad (5.5)$$

Berechnung der Schnittgeraden s_i des Aufnahmekegels

Die Berechnung der Schnittpunkte der Geraden mit dem Ellipsoid erfolgt ebenfalls analog zu den Ausführungen in Kap. 4.2.1 (vgl. Formeln 4.35 bis 4.38). Die vollständigen Geradengleichungen ergeben sich zu

$$s_i = x_S + l_i \cdot r_i \quad \text{bzw.} \quad \begin{bmatrix} s_{i_x} \\ s_{i_y} \\ s_{i_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} + l_i \cdot \begin{bmatrix} r_{i_x} \\ r_{i_y} \\ r_{i_z} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\text{mit} \quad x_S = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = r_S \begin{bmatrix} \cos \lambda_S \cos \phi_S \\ \sin \lambda_S \cos \phi_S \\ \sin \phi_S \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$\lambda_S, \phi_S, r_S \dots$ geozentrische Koordinaten des Satelliten (aus Orbitpropagator)

$x_S, y_S, z_S \dots$ kartesische Koordinaten des Satelliten (sh. auch Kap. 4)

Berechnung der Patterneckpunkte

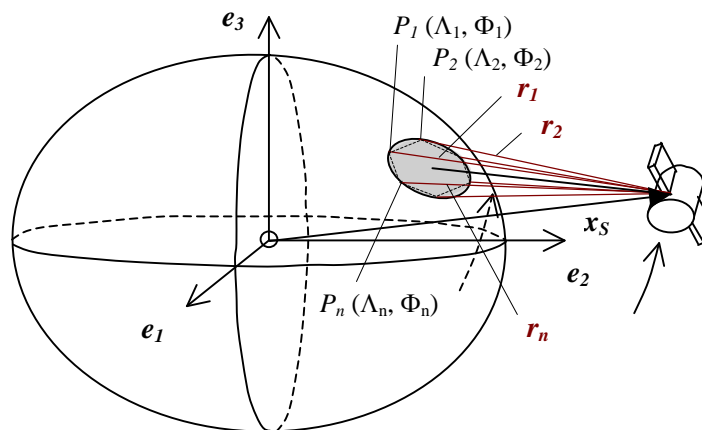


Abb. 5.2: Patterneckpunkte P_i auf dem Ellipsoid

⁹ Die Transformation besteht bei dieser Problemstellung ebenfalls nur aus einer Rotation, da nur Richtungsvektoren und keine Absolutpositionen im Raum transformiert werden, was eine zusätzliche Translation bedingen würde.

Die Berechnung der Schnittpunkte der Geraden mit dem Ellipsoid erfolgt nach

$$a_i = b^2 r_{i_x}^2 + b^2 r_{i_y}^2 + a^2 r_{i_z}^2 \quad (5.8)$$

$$b_i = 2 \cdot (b^2 x_S r_{i_x} + b^2 y_S r_{i_y} + a^2 z_S r_{i_z}) \quad (5.9)$$

$$c_i = b^2 x_S^2 + b^2 y_S^2 + a^2 z_S^2 - a^2 b^2 \quad (5.10)$$

$$l_{i,1,2} = \frac{-b_i \pm \sqrt{b_i^2 - 4a_i c_i}}{2a_i} \quad (5.11)$$

Je nachdem, ob die jeweilige Gerade s_i das Ellipsoid schneidet, berührt oder gar nicht schneidet, erhält man zwei, eine oder keine Lösung für l_i . Bei zwei erhaltenen Lösungen ist die gesuchte Lösung diejenige, für welche $|l_i|$ den kleineren Wert annimmt. Die kartesischen Koordinaten der Eckpunkte des Satellitenpattern ergeben sich durch Einsetzen von l_i in Gleichung (5.6).

Die geodätischen Koordinaten der Schnittpunkte $P_i (\Lambda_i, \Phi_i)$ berechnen sich nach.

$$\Lambda_i = \arctan 2\left(\frac{s_{i_y}}{s_{i_x}}\right) \quad \text{und} \quad \Phi_i = \arctan 2\left(\frac{1}{1-e^2} \cdot \frac{s_{i_z}}{\sqrt{s_{i_x}^2 + s_{i_y}^2}}\right) \quad (5.12)$$

und dem Quadrat der 1. numerischen Exzentrizität des Ellipsoides
$$e^2 = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2}. \quad (5.13)$$

Im Anhang C befindet sich ein numerisches Rechenbeispiel zu dem in Kap. 5 dargestellten Berechnungsalgorithmus für optische Instrumente. Eine MATLAB-Programmierung zu diesem Beispiel ist ebenfalls auf der beiliegenden CD-ROM unter „Anhang_C.m“ abgespeichert.

6. Genauigkeitsbetrachtung im Hinblick auf die reale Erdfigur

In den in Kap. 4 und Kap. 5 beschriebenen Algorithmen wird als Erdmodell jeweils ein Rotationsellipsoid verwendet. Die Erde wird also durch eine gleichmäßige geometrische Form approximiert. In der Realität entspricht die Erdform allerdings keineswegs exakt einer gleichmäßigen geometrischen Fläche, sondern eher einer „schiefen Kartoffel“, die nur annähernd mit einem Rotationsellipsoid übereinstimmt. Nachstehend sei dies an einer Abbildung verdeutlicht:

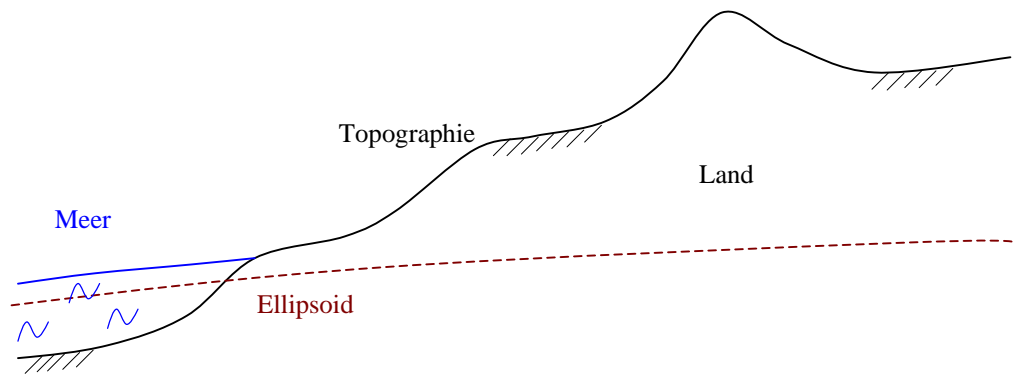


Abb.6.1: Approximation der Erdfigur durch ein Rotationsellipsoid

Aufgrund der Abweichungen der realen Erdfigur von der geometrischen Rechenfläche Ellipsoid, ergeben sich Fehler bei der Patternberechnung. Zum einen wird über Land aufgrund einer höheren Lage des Beobachtungsgebietes das Satellitenpattern in der Realität kleiner beobachtet, als sich dies aus den Berechnungen auf dem Rotationsellipsoid ergibt. Zum anderen erfährt das Pattern bei einer Beobachtung mit $\phi \neq 0^\circ$ (vom Nadir abweichende Blickrichtung des Instrumentes, bei SAR) zusätzlich eine Verschiebung, wie dies in der untenstehenden Abbildung dargestellt ist.

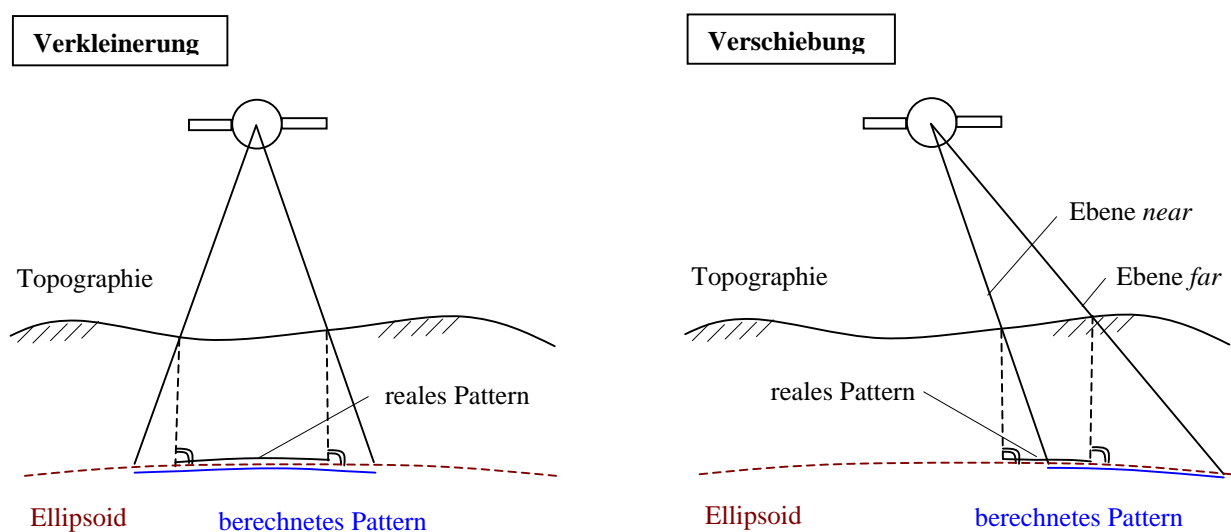


Abb. 6.2: Einfluß der Unregelmäßigkeit der Erdoberfläche auf die Patternberechnung auf dem Ellipsoid

Abhängig von der Geländerauhigkeit ergibt sich auch eine Verkleinerung und Verschiebung des Patterns durch Abschattung, wie dies in Abbildung 6.3 dargestellt ist. Diese Effekte durch Abschattung können um ein Vielfaches größer sein, als die durch die unterschiedliche Höhenlage des Geländes verursachte Verfälschung. Solche Gebiete mit extremer Geländerauhigkeit (z.B. Gebirgsregionen) bedürfen daher einer gesonderten Betrachtung, bzw. Planung.

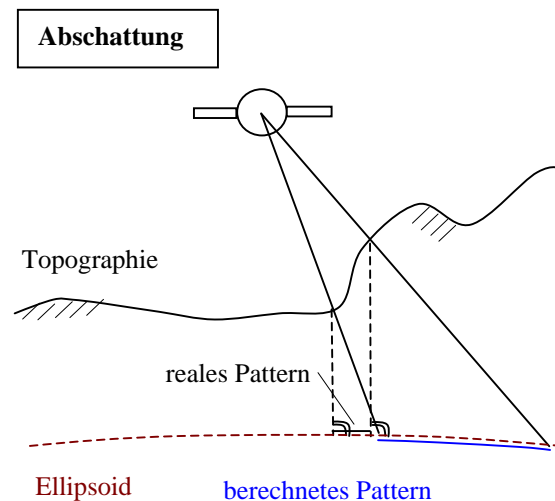


Abb. 6.3: Abschattungseffekt bei rauhem Gelände

Um beurteilen zu können, ob die Auswirkungen der erläuterten Effekte bei der Patternberechnung zu berücksichtigen sind, bzw. ob die Approximation der Erdfigur durch ein Rotationsellipsoid ausreichend ist, wurden die nachfolgend dargestellten Abschätzungen durchgeführt. Da TINA, wie bereits erläutert, zunächst künftig bei TerraSAR eingesetzt werden soll, wurde zur Genauigkeitsabschätzung der in Kap. 4.2 erläuterte Algorithmus für SAR-Pattern zur Sichtfeldberechnung verwendet. Die angenommenen Instrumentenparameter entsprechen den (max.) Konfigurationen, wie sie für TerraSAR vorgesehen sind. Die Abschattungseffekte wurden bei den Berechnungen außer Betracht gelassen, da Lösungen zu dieser Problematik, in SAR-Planungs- und Auswertalgorithmen z.T. bereits standardmäßig implementiert sind. Es wurden also nur die Veränderungen eines Patterns aufgrund der Höhenlage des Zielgebietes (vgl. Abb. 6.2) untersucht.

Um eine max. Änderung der Patterngröße (vgl. Abb. 6.2, links) in Abhängigkeit der Höhe der Topographie abzuschätzen, wurde so vorgegangen, daß zum einen die Patternlänge, d.h. die Differenz zwischen den Ebenen *far* und *near* (*swath width*, vgl. auch Abb. 3.3) entlang eines Meridians auf dem WGS84-Ellipsoid, und zum anderen auf einem Ellipsoid mit jeweils um 9 [km] größeren Halbachsen berechnet wurde. Da der Mount Everest mit ca. 8800 [m] als der höchste Punkt der Erde angesehen werden kann, wurde ein um 9 [km] vergrößertes Ellipsoid zur Abschätzung der max. Änderung des Patterns gewählt. Aus den berechneten Patternlängen auf den verschiedenen Ellipsoiden wurde dann die Differenz gebildet, um die max. Größenänderung in Abhängigkeit der geodätischen Breite zu erhalten.

Bei den Abschätzungen wurden jeweils nur die Längen (Größe) des Patterns entlang einem Meridianbogen, also in Abhängigkeit der geodätischen Breite gerechnet und verglichen, da sich aufgrund der Rotationssymmetrie der Berechnungsfläche bei Variation der geodätischen Länge keine Unterschiede ergeben.

Angenommen wurde ein Satellit mit einer konstanten Flughöhe von $726,33 \text{ [km]}$ ¹⁰ (kreisförmige Flugbahn), sowie ein Öffnungswinkel des Instrumentes mit $\theta=10^\circ$ und $\gamma=0^\circ$ (um exakt die mittlere Patterngröße zu erhalten). Da zunächst nur die Größenänderung betrachtet wurde, war der Schwenkwinkel zu $\phi=0^\circ$ (Nadirblick) gesetzt. Die Position des Satelliten wurde entlang des Meridians (in Berechnungsbeispielen entlang des Nullmeridians) variiert. (Ergebnisse sh. Kap. 6.1)

Der Geschwindigkeitsvektor des Satelliten wurde jeweils mit $v_s = [0 \ 1 \ 0]^T$ angenommen, also parallel zur y-Achse des übergeordneten Koordinatensystems.

Um den Betrag der *Verschiebung* (die eigentlich mit einer Größenänderung einhergeht) des Patterns bei schrägerichteten Aufnahmen abzuschätzen, wurden jeweils (auf den oben beschriebenen Ellipsoiden), die Abstände zwischen Nadirpunkt und den Ebenen *far* und *near* berechnet und verglichen, allerdings mit einer um ϕ verschwenkten Aufnahmerichtung. (Ergebnisse sh. Kap. 6.2)

In Abb. 6.4 sind die beschriebenen Berechnungen zum besseren Verständnis nochmals visualisiert.

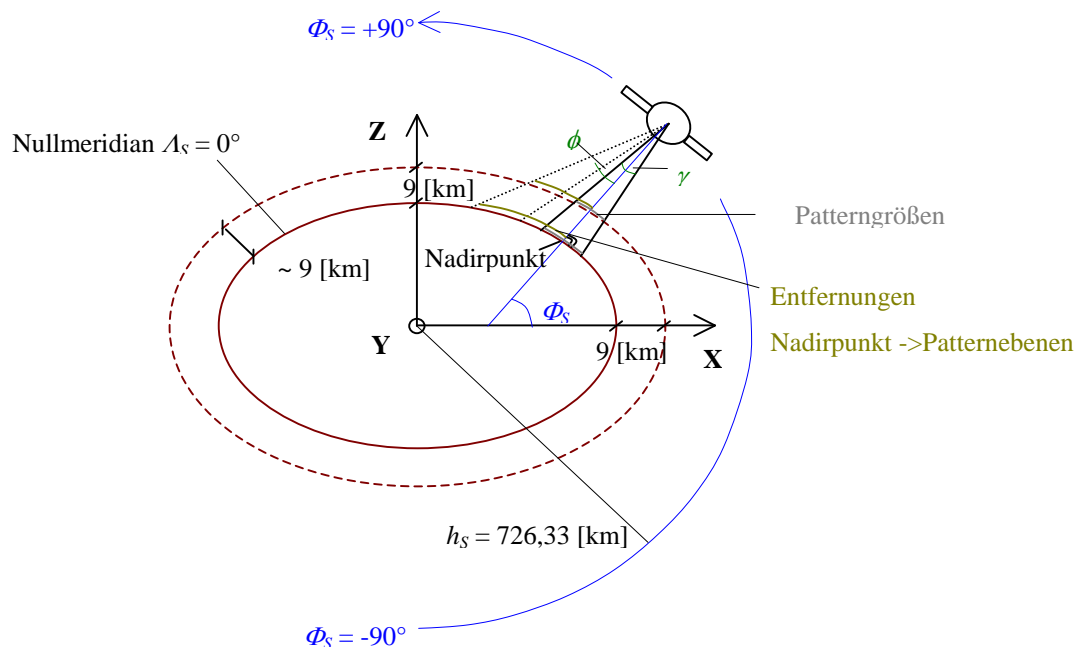


Abb. 6.4: Abschätzung des Einflusses der Topographie auf Form und Lage des Patterns

¹⁰ Dieser Wert entspricht der Satellitenflughöhe bei TerraSAR.

6.1 Abschätzung der max. Größenvariation eines Patterns

Abbildung 6.5 zeigt die Variation der Patterngröße auf dem WGS84-Ellipsoid entlang des Nullmeridians. Um die Größenänderung (keine Verschiebung) des Patterns infolge der unterschiedlichen Höhenlage eines Zielgebietes zu berechnen, wurde, wie bereits erläutert, zunächst ein Schwenkwinkel mit $\phi = 0^\circ$ angenommen.

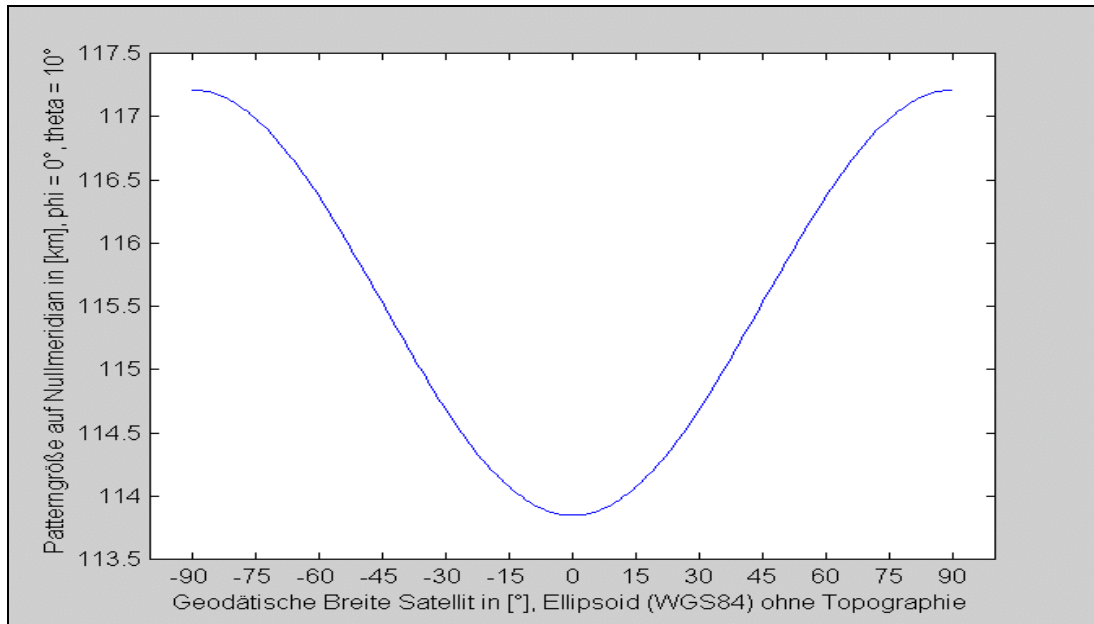


Abb. 6.5: Patterngröße entlang eines Meridians auf dem Ellipsoid WGS84

Man erkennt, daß das Pattern am Äquator am kleinsten und an den Polen am größten ist, wie dies zu erwarten ist, da der Satellit an den Polen aufgrund der Erdabplattung weiter von den Polen entfernt ist.

Abbildung 6.6 zeigt die Variation der Patterngröße auf dem um 9 [km] größeren Ellipsoid.

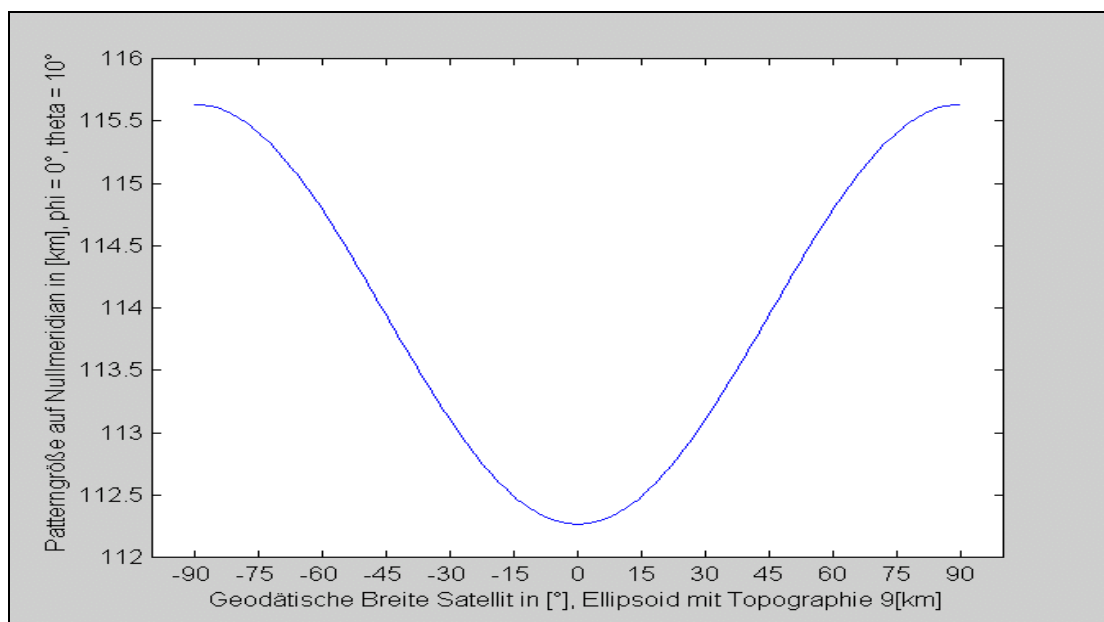


Abb. 6.6: Patterngröße entlang eines Meridians auf einem vergrößerten Ellipsoid

In der folgenden Abbildung ist die Differenz der beiden Kurven aus Abb. 6.5 und Abb. 6.6, also die Differenz in Abhängigkeit der Patterngrößen der geodätischen Breite dargestellt.

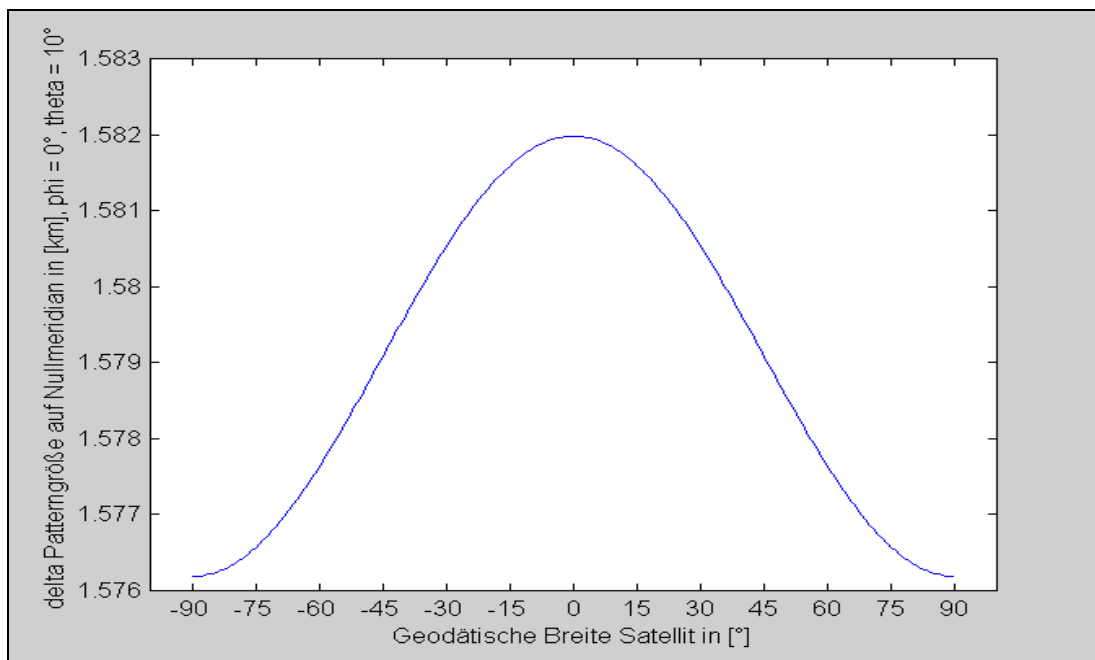


Abb. 6.7: Max. Größenänderung des Satellitenpatterns in Abhängigkeit der geodätischen Breite

Die Änderung der Größe des Patterns aufgrund der Topographie erreicht also am Äquator mit 1,58 [km] ihr Maximum. Bei einer durchschnittlichen Patterngröße von 115 [km] (vgl. Abbildungen 6.5 und 6.6) entspricht die Größenvariation etwa 1 % um welches das Pattern im ungünstigsten Fall zu klein beobachtet wird, was zu vernachlässigen ist.

6.2 Abschätzung der max. Verschiebung eines Patterns

Um den Betrag der max. Patternverschiebung bei einer schräggerichteten Aufnahme abzuschätzen, wurden auf den gleichen Ellipsoiden Berechnungen mit einem linksblickenden Sensor durchgeführt, und jeweils die Entfernungen zwischen dem Nadir-Punkt des Satelliten und den Patternseiten *far* und *near* berechnet und verglichen. Der Schwenkwinkel betrug dabei nun $\phi = 35^\circ$. Die Parameter ϕ und Θ ergeben dabei einen incidence angle (sh. Abb. 3.3) des Strahles bei der entfernten Patternseite von ca. 45° ¹¹.

Die Abbildungen 6.8 und 6.9 zeigen die Abstände zwischen der Patternseite *far* und dem Nadirpunkt des Satelliten auf dem jeweiligen Ellipsoid. In den Abbildungen 6.10 und 6.11 sind die Entfernungen der Patternseite *near* und in den Abbildungen 6.12 und 6.13 die Differenzen zwischen den jeweiligen Kurven in Abhängigkeit der geodätischen Breite dargestellt. Diese beschreiben die maximale Verschiebung der Patternseiten, welche sich durch unterschiedliche Höhenlage der Zielgebiete ergeben kann.

¹¹ Dies ist ein für SAR-Instrumente typischer Maximalwert.

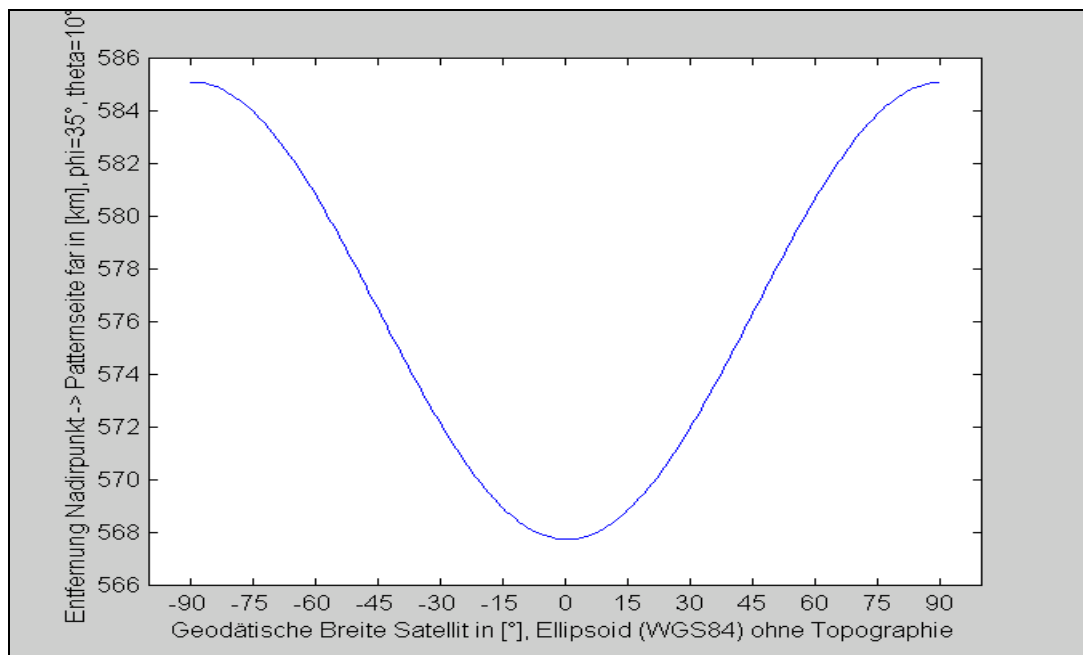


Abb. 6.8: Entfernung Patternseite far / Nadirpunkt Satellit (Ellipsoid WGS84)

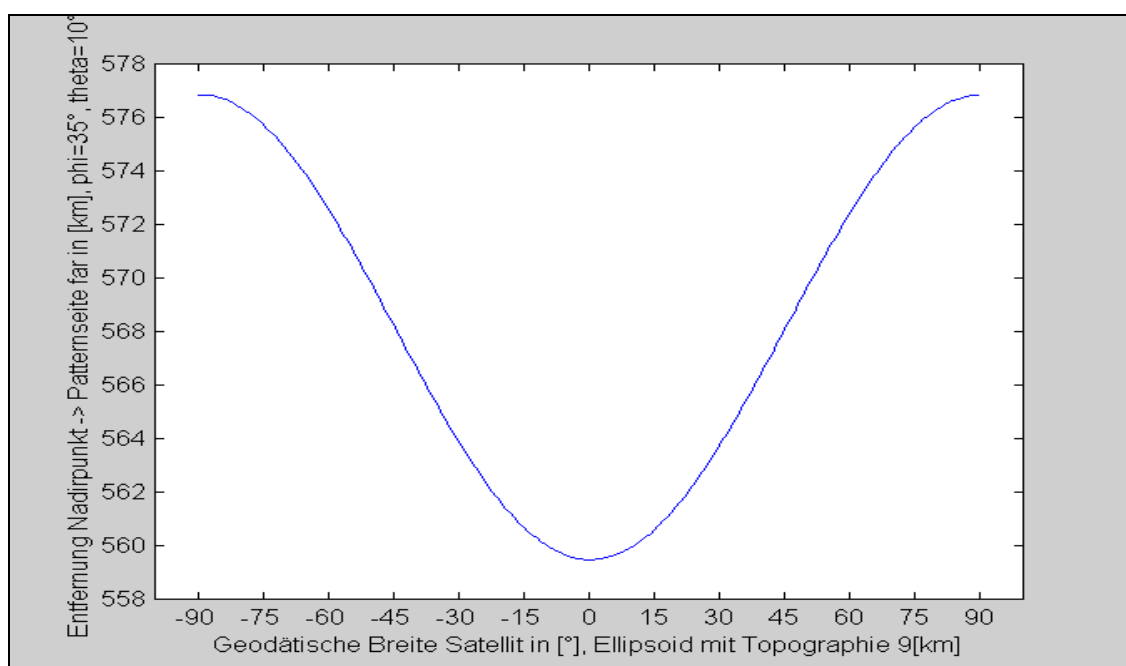


Abb. 6.9: Entfernung Patternseite far / Nadirpunkt Satellit (Ellipsoid +9 [km] Topographie)

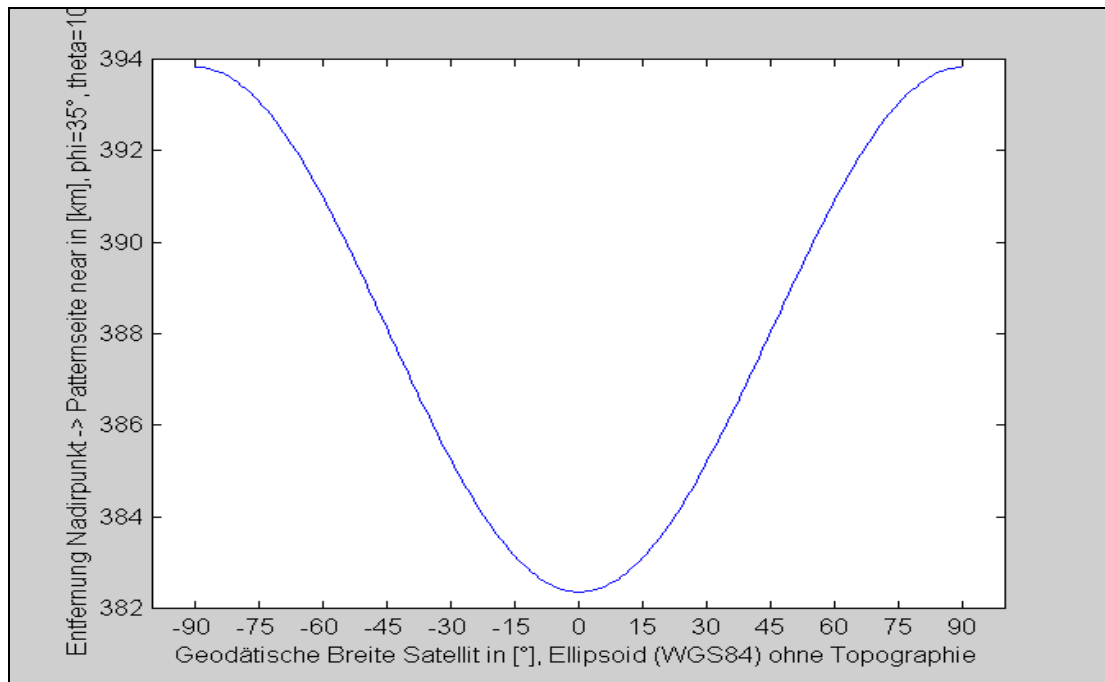


Abb. 6.10: Entfernung Patternseite near / Nadirpunkt Satellit (Ellipsoid WGS84)

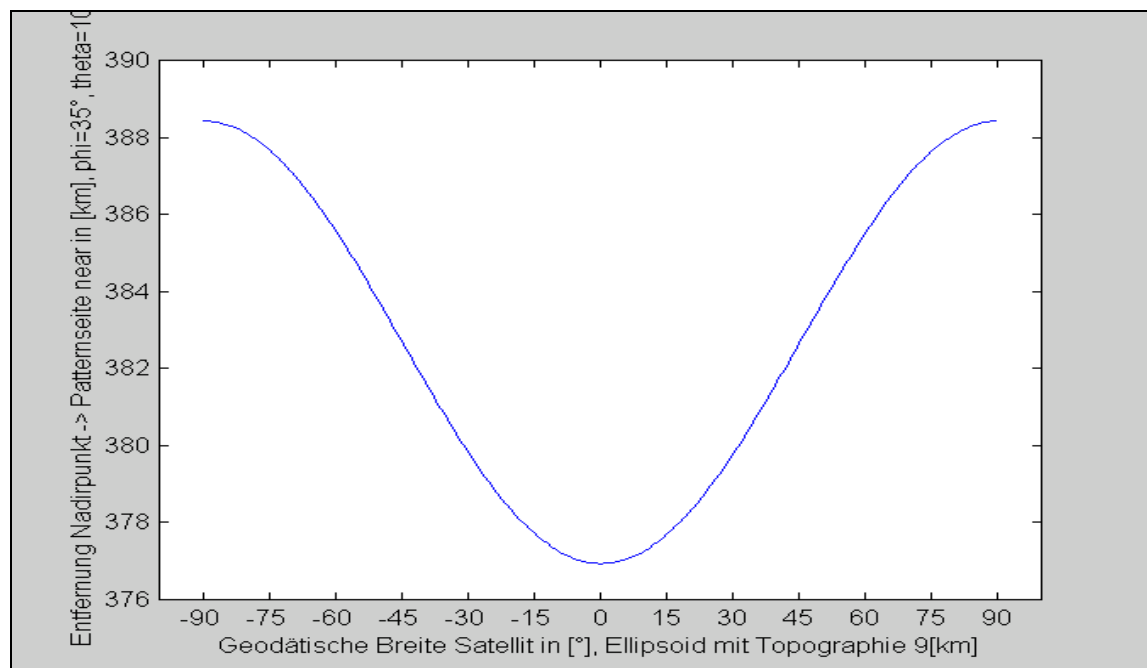


Abb. 6.11: Entfernung Patternseite near / Nadirpunkt Satellit (Ellipsoid +9 [km] Topographie)

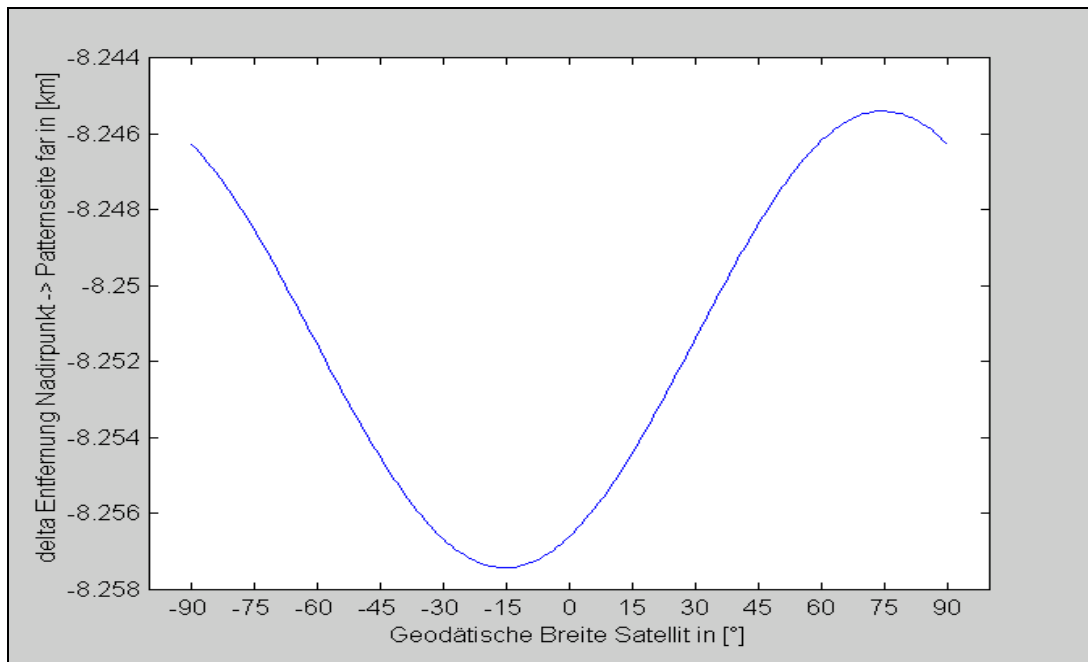


Abb. 6.12: Max. Verschiebung der Seite far des Satellitenpatterns

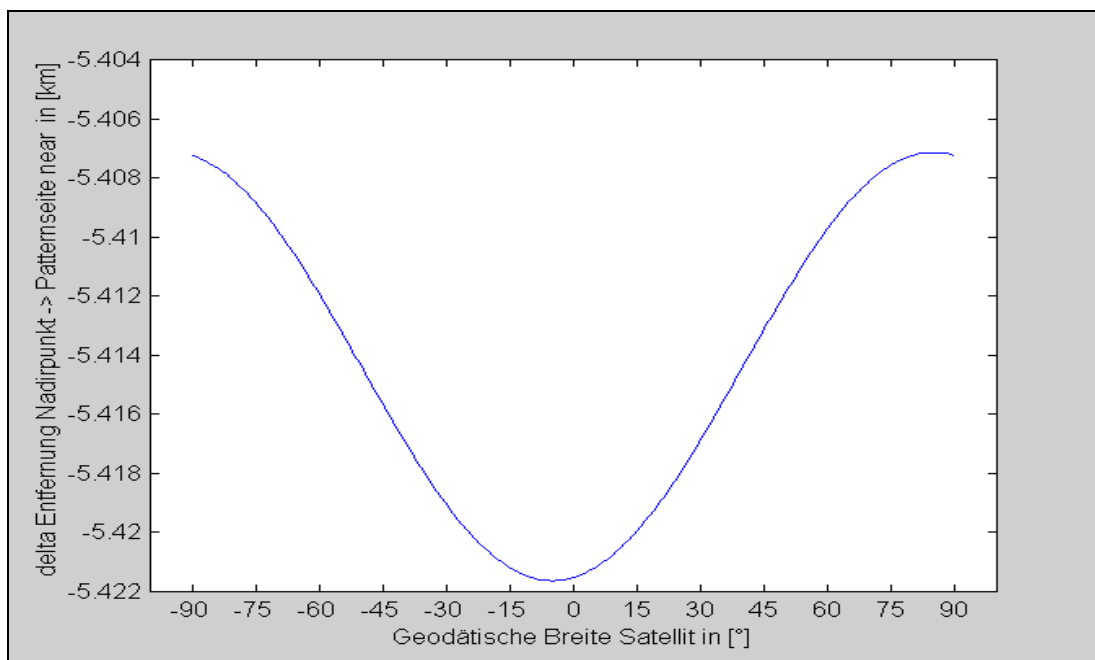


Abb. 6.13: Max. Verschiebung der Seite near des Satellitenpatterns

Wie obigen Abbildungen zu entnehmen ist, ist der Betrag der maximalen Verschiebung der entfernten Seite des Satellitenpattern, verursacht durch die unterschiedliche Höhenlage der Zielgebiete ca. 8,26 [km] bei einer Satellitenposition von $\Phi \sim -15^\circ$ (linksblickender Satellit). Die Verschiebung der nahen Seite erreicht das Maximum bei $\Phi \sim -5^\circ$ und beträgt ca. 5,42 [km].

In obigen Berechnungen wurde von einem max. Öffnungswinkel des Instrumentes mit $\Theta = 10^\circ$ ausgegangen, woraus sich (vgl. Abb. 6.8 und 6.10) eine max. Patternlänge von $584 - 394 = 190$ [km] errechnen läßt. Die durchschnittlichen swath-Breiten bei TerraSAR liegen im Normalfall allerdings weit unter diesem Wert und betragen im X-Band ca. 40 [km] und im L-Band ca. 60 [km]. Da die max. errechnete Verschiebung der Patternseiten primär vom Schwenkwinkel ϕ (bzw. vom incidence angle, der mit diesem korreliert ist) des Instrumentes abhängt, und sich diese Maximalwerte also auch bei „normalen“, durchschnittlichen Patternlängen ergeben, wurden zur Beurteilung in der nachfolgenden Tabelle die max. Verschiebungswerte prozentual den Patternlängen bei Aufnahmen im X-Band und im L-Band gegenübergestellt.

	X-Band; 40 [km]	L-Band; 60 [km]
Verschiebung far; 8,26 [km]	20,6 %	13,8 %
Verschiebung near; 5,42 [km]	13,6 %	9,0 %

Tabelle 6.1: Gegenüberstellung der errechneten Maximalverschiebungen und der Patternlängen

Man erkennt, daß bei Aufnahmen im Frequenzbereich des X-Bandes die Verschiebung ca. 1/5 der Patterngröße beträgt, und damit um ein Vielfaches größer ist, als die eigentliche Veränderung der Patterngröße wie sie in Kap. 6.1 aufgrund unterschiedlicher Höhenlage des Zielgebietes berechnet wurde. Dies bedeutet, daß es für Erdbeobachtungen, bei welchen keine Verschwenkung der Instrumentenblickrichtung erfolgt, wie dies oft bei optischen Aufnahmen der Fall ist, ausreichend ist, die Sichtfelder auf einem Rotationsellipsoid zu berechnen. Bei Aufnahmen mit verschwenkter Instrumentenrichtung allerdings, sollte bei höheren Genauigkeitsanforderungen die Höhenlage des Zielgebietes berücksichtigt werden.

Anregungen, wie diese Höhenintegration in TINA realisiert werden könnte, sind im nachfolgenden Kapitel dargestellt.

Die Abplattung des Erdrotationsellipsoides beträgt ca. $f = 1/300$. Dies entspricht an den Polen ca. 20 [km] um welche das Ellipsoid gegenüber einer Kugel differiert. In den obigen Ausführungen wurde die Veränderung des Patterns aufgrund einer Höhenvariation eines Rotationsellipsoides von 9 [km] untersucht. Dies bedeutet, daß die Variationen des Patterns bei Berechnung auf einer Erdkugel, wie dies momentan in TINA realisiert ist, noch um einiges größer sind, als die oben berechneten Maximalwerte.

7. Ausblick

Mit den in Kap. 4.2 und 5 beschriebenen Algorithmen zur Patternberechnung wird, im Gegensatz zur bisher implementierten Berechnungsweise, eine Genauigkeitssteigerung erreicht, da ein besseres Erdmodell der Berechnung zugrunde gelegt wird, welches die Abplattung an den Polen berücksichtigt. Soll die Berechnungsgenauigkeit weiter gesteigert werden, so ist die Topographie der Erdoberfläche in die Berechnungen mit einzubeziehen (vgl. Kap. 6). Dies könnte in der Weise geschehen, daß ein globales, digitales Topographiemodell (Raster mit Angaben Länge, Breite und zugehörige Höhe) in Form einer Datenbank dem TINA-System „hinterlegt“ wird, aus welchem bei Bedarf Höheninformationen abgerufen und in die Berechnungen mit einbezogen werden können. Dabei ist allerdings zu beachten, daß dies in einer Weise realisiert werden sollte, daß der Genauigkeitszugewinn durch die Verbesserung in einem sinnvollen Verhältnis zum Mehraufwand der Berechnungen (Rechengeschwindigkeit!) steht.

Um einen „sinnvolle“ Genauigkeitssteigerung zu erreichen, könnte die Integration in der Weise erfolgen, daß für ein Zielgebiet eine mittlere Höhe errechnet wird, um welche man dann, für die Patternberechnungen in diesem Gebiet, das Ellipsoid vergrößert. Um solche mittleren Höhen für ein Gebiet zu erhalten, könnte abgeprüft werden, welche (in der Datenbank vorhandenen) Punkte des Topographiemodell innerhalb des Polygons des Zielgebietes liegen. Aus den enthaltenen Punkten kann dann mittels dem arithmetischen Mittel eine mittlere Höhe für dieses Gebiet gerechnet werden (vgl. Abb. 7.1).

Die Steuerung der Berechnung, bei welcher Satellitenposition welche Rechenfläche (bzw. welche Höhe) zu verwenden ist, könnte ebenfalls über die Definition der bereits erläuterten „Pufferzonen“ (vgl. Abb. 3.2), die bisher zur Steuerung der Propagierungsgeschwindigkeit (die bei Veränderung der Rechenfläche natürlich an die kleineren Pattern angepaßt werden muß) dienen, erfolgen. Erreicht ein Satellit eine solche Pufferzone, wird auf die lokale Gebietshöhe „umgeschaltet“, verläßt er diesen Bereich, wird wieder zurückgeschaltet auf eine niedrigere Höhe (bei einer zu niedrigen Höhe werden in jedem Fall immer zu große Pattern berechnet). Abbildung 7.1 soll diese Idee verdeutlichen.

Globale digitale Topographiedaten sind z.B über das National Geophysical Data Center (NGDC) in Boulder, Colorado zu beziehen. Informationen hierzu sind einzusehen unter [NGDC].

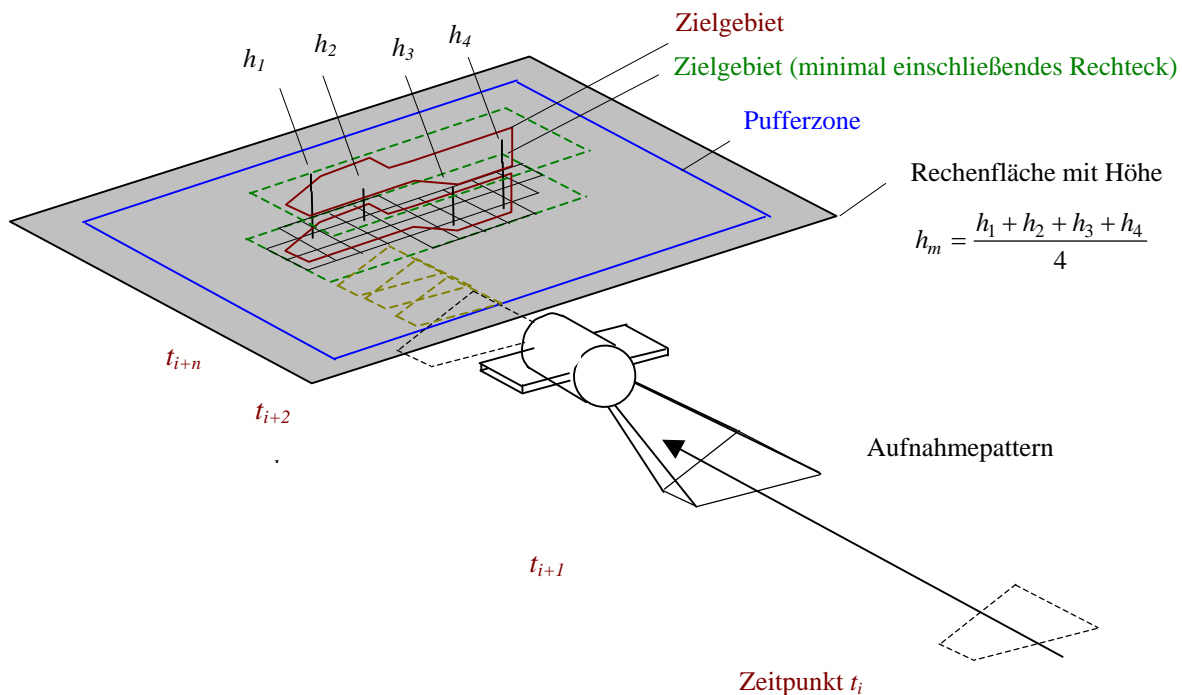


Abb. 7.1: Einbeziehung der Topographie in die Patternberechnung, mittlere Höhe eines Zielgebietes

Bei der Verwendung von kommerziellen (Höhen-) Datensätzen muß zum einen die Art (physikalische oder geometrische Höhen) und die Genauigkeit der Daten, und zum anderen die Bezugsfläche, auf die sich diese Daten beziehen, beachtet werden (z.B. sind in Atlanten oft nur mittlere Höhen über einer Kugel angegeben). Die Bezugsfläche sollte mit der Rechenfläche, auf welcher die Patternberechnung durchgeführt wird, übereinstimmen (oder die Höhen dementsprechend korrigiert werden), um genaue Ergebnisse zu erzielen.

Zum besseren Verständnis der Begriffe geometrischer und physikalischer Höhen, sowie zur Erläuterung der Trennung von Lagekoordinaten und Höhenangaben in der Geodäsie, wird nachfolgend kurz der Begriff des Geoides als physikalische Niveaulfläche im Gegensatz zum Ellipsoid als geometrische Referenzfläche (leicht mathematisch handhabbar) verdeutlicht:

Die geometrischen Höhen, sphärisch oder ellipsoidisch, als senkrechter Abstand von der geometrischen Referenzflächen zum Aufpunkt, haben den Nachteil, daß sie im dynamischen Sinne keine Informationen enthalten. Eine Flüssigkeit, z.B. Wasser, fließt in Richtung des Gradienten des Schwerepotentials $\text{grad } W$ und nicht in Richtung des geometrischen Höhengradienten $\text{grad } h(\lambda, \beta)$. Beispielsweise kann es im Höhensystem sphärisch oder ellipsoidisch vorkommen, daß ein Auto „den Berg hinaufrollt“. Die Angabe erfolgt deshalb meist unter Berücksichtigung des Schwerepotentials, als physikalische Höhen.

Als Bezugsfläche für Höhen¹² wird daher keine regelmäßige geometrische Fläche verwendet, sondern eine physikalische Niveaulfläche, das sogenannte Geoid (umgangssprachlich meist als „mittlerer Meeresspiegel“ bezeichnet). Dies ist eine spezielle Fläche im mittleren Meeresniveau für die gilt $W = W_0 = \text{const}$, und auf welcher alle Lotlinien senkrecht stehen. Man kann sie sich über Kanäle auf die Kontinente fortgesetzt denken. Im Anhang D sind zur Verdeutlichung des quantitativen Unterschiedes zwischen einer solchen physikalischen Niveaulfläche und einer geometrischen Referenzfläche, die Geoidundulationen N am Beispiel des WGS84-Geoidmodelles dargestellt. Als Geoidundulationen werden die Abweichungen zwischen Geoid und Ellipsoid bezeichnet.

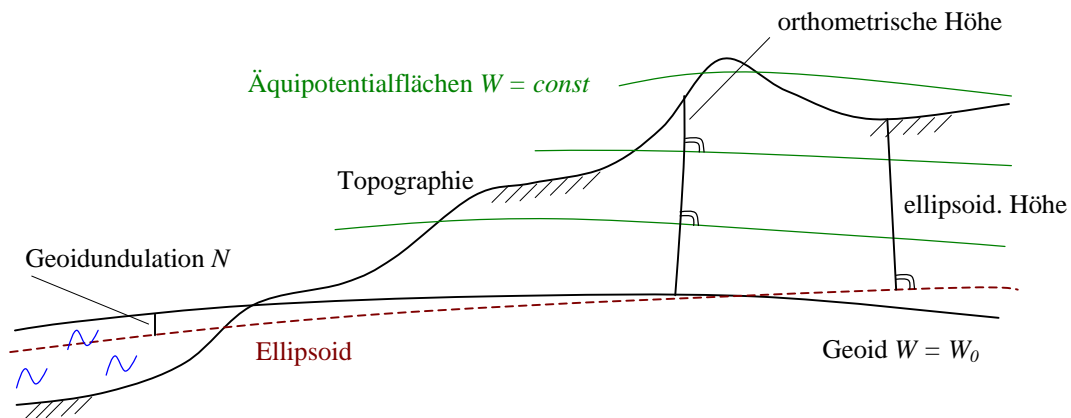


Abb. 7.2: Geoid, Ellipsoid, geometrische und physikalische Höhen

Soll das Pattern mit einer noch höheren Genauigkeit, wie beim obigen Verfahren mit den gemittelten Höhen berechnet werden, könnte der folgende (allerdings aufwendigere) Berechnungsalgorithmus durchgeführt werden:

Digitale Topographiemodelle liegen meist in Form eines regelmäßigen Rasters vor, wie dies in der folgenden Abbildung dargestellt ist:

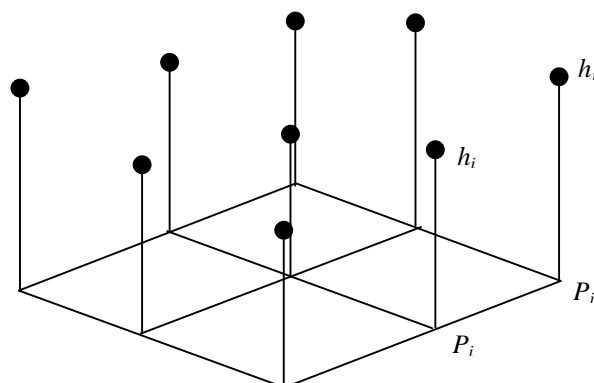


Abb. 7.3: Höhenraster

¹²Es werden bei Höhenangaben verschiedene Berechnungsarten unterschieden. Zur Erläuterung der verschiedenen Höhensysteme wird auf [HEISKANEN/MORITZ] Kap. 4 verwiesen.

Unterteilt man nun die diskreten Oberflächenpunkte in Dreiecke, kann zu jeder Dreiecksfläche, mittels der kartesischen Koordinaten der jeweiligen Eckpunkte ein Ebenennormalenvektor (bzw. eine Ebenengleichung) berechnet werden. Bewegt sich der Satellit innerhalb der Pufferzone eines Zielgebietes, werden bei jedem Propagierungsschritt Schnittpunkte der Patternecken (Geraden) mit allen Dreiecksebenen, die über dem Zielgebiet liegen, berechnet. Für jede Fläche kann dann mittels der Koordinaten der Dreieckseckpunkte festgestellt werden, ob der Schnittpunkt der Ebene mit der Geraden innerhalb der begrenzenden Dreiecksfläche liegt. Ist dies der Fall, ist ein Patterneckpunkt auf dem Topographiemodell gefunden.

Die Schnittpunktskoordinaten liegen dann als kartesische Koordinaten vor, und können in geodätische Koordinaten rückgerechnet werden.

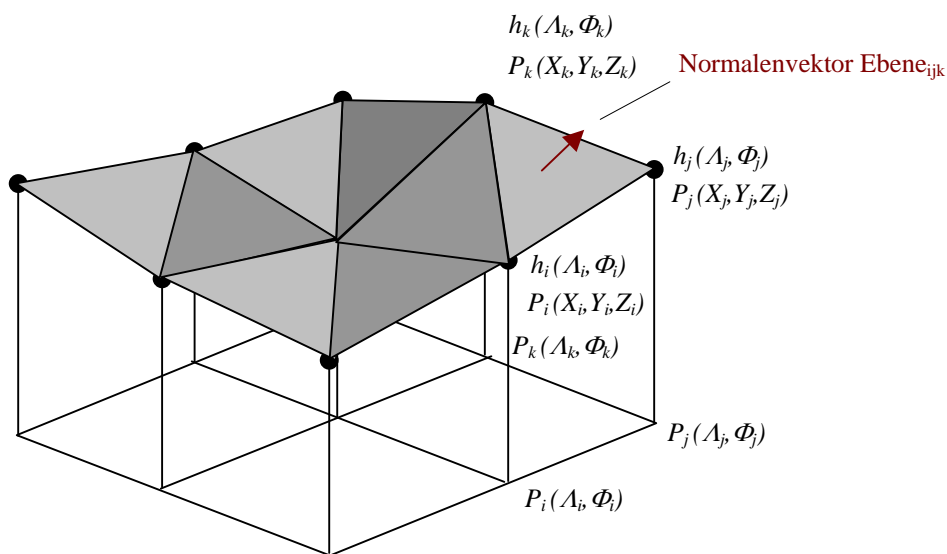


Abb. 7.4: Einteilung des Höhenmodelles in Dreiecksflächen

Bei Erhebungen, bzw. rauhem Gelände kann es vorkommen, daß Schnittpunkte mit zwei verschiedenen Dreiecken gefunden werden können (vgl. Abb.7.5). In solchen Fällen kann über den kürzesten Abstand zwischen Satellit und Schnittpunkt (Beträge der jeweiligen Vektoren) der gesuchte Schnittpunkt gefunden werden.

Wie man aus der nachstehenden Abbildung 7.5 erkennt, wäre diese Berechnungsmethode auch eine mögliche Lösung, für das in Kap. 6 dargestellte „Abschattungsproblem“. Die Patternberechnung mittels eines solchen Algorithmus gestaltet sich durch viele Schnittberechnungen allerdings sehr rechenintensiv.

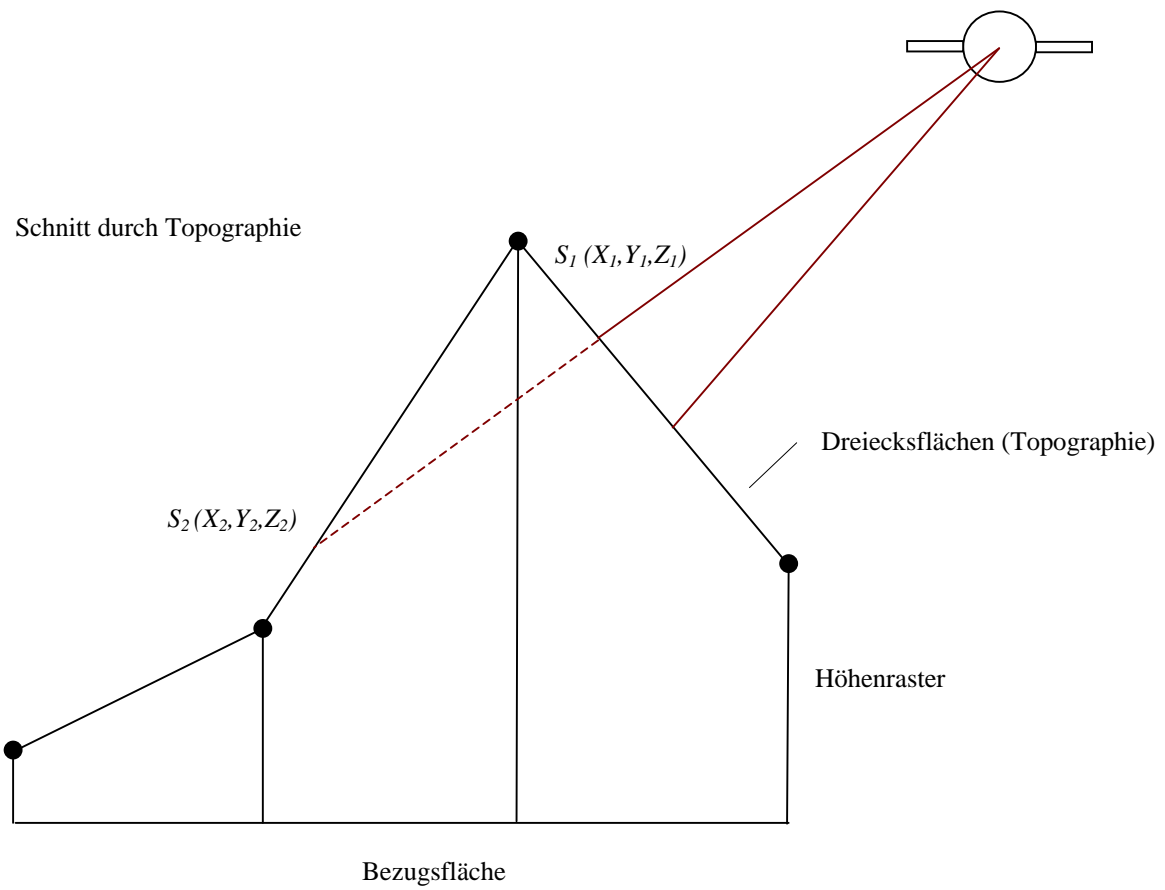


Abb. 7.5: Berechnung der Patterneckpunkte im "Dreiecksmodell", Abschattungsproblematik

8. Literaturverzeichnis

[BRONSTEIN]

BRONSTEIN, I. N.; SEMENDJAJEW K. A. (1996):
Teubner-Taschenbuch der Mathematik
B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1298 S., ISBN 3-8154-2001-6

[GÖHLER]

GÖHLER, WILHELM (1996):
Formelsammlung höhere Mathematik
Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main und Thun, 128 S., ISBN 3-8171-1493-1

[GRAFAREND]

GRAFAREND, ERIK W. (1996):
Vorlesungsmanuskript „Einführung in die Geodäsie, Teil II“
Universität Stuttgart, unveröffentlicht

[GROSSMANN]

GROSSMANN, WALTER (1976)
Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung
Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 260 S.

[HEIKKINEN]

HEIKKINEN, MARKKU (1982):
Geschlossene Formeln zur Berechnung räumlicher geodätischer Koordinaten
aus rechtwinkligen Koordinaten
ZfV, Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1982, Nr. 107, S. 207-211
Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart

[HEISKANEN / MORITZ]:

HEISKANEN, WEIKKO A.; MORITZ, HELMUT (1967):
Physical geodesy
Freeman, San Francisco, 364 S.

[KLAUSING / HOLPP]

KLAUSING, HELMUT; HOLPP WOLFGANG (2000)

Radar mit realer und synthetischer Apertur

Oldenburg Verlag, München, 412 S., ISBN 3-486-23475-7

[KEIL]

KEIL, RÜDIGER (1999):

Analyse erforderlicher Orbitmodulfunktionen für Flächenbeobachtungen

und die Berücksichtigung von Instrumentenparametrien

Diplomarbeit für die Dornier GmbH in Verbindung mit dem Fachbereich Praktische Informatik VIII
der FernUniversität Hagen, 71 S.

[MARONGIU, SAR]

MARONGIU, ANDREA (1999):

Projekt Terra-SAR, SAR-Grundlagen; techn. Bericht

Fa. ABDM Ingenieur GbR, Tettang, 16 S., Stand 29. Juni 1999, unveröffentlicht

[MARONGIU, TINA]

MARONGIU, ANDREA (2000):

TINA-TerraSAR C++, Untersuchungen zur Coverage-Berechnung; techn. Bericht

Fa. ABDM Ingenieur GbR, Tettang, 25 S., Stand 10. Jan. 2000, unveröffentlicht

[NGDC]

NATIONAL GEOPHYSICAL DATA CENTER

<http://www.ngdc.noaa.gov>

[RICHTER]

RICHTER, BURGHARD (1995):

Vorlesungsskriptum „Die Grundlagen der geodätischen Astronomie“

Universität Stuttgart, unveröffentlicht

[SCHÖDLBAUER]

SCHÖDLBAUER, ALBERT (1981):

Wichmann-Skripten; Heft 2, Rechenformeln und Rechenbeispiele zur Landesvermessung

Teil 1: Die geodätischen Grundaufgaben auf Bezugsellipsoiden im System der geographischen

Koordinaten und die Berechnung ellipsoider Dreiecke

Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe, 145 S., ISBN 3-87907-120-9

[TINA V5 α]

N.N:

Produktdokumentation „TINA – System Kernel V5, Entwicklungsstand des α 1-Prototypen“

Dornier Satellitensysteme GmbH, Friedrichshafen, Abt. ST82, 2 S., unveröffentlicht

[TINA V5 β]

N.N:

Interne Produktdokumentation „TINA V5, System Kernel V5.0 β “

Dornier Satellitensysteme GmbH, Friedrichshafen, Abt. ST82, 4 S.

[UTEXAS]

UNIVERSITÄT TEXAS

<http://www.utexas.edu/depts/grg/gcraft/notes/datum/datum.html#ESurfs>

Anhang A: Alternativlösung zur Berechnung von räumlichen geodätischen Koordinaten aus kartesischen Koordinaten

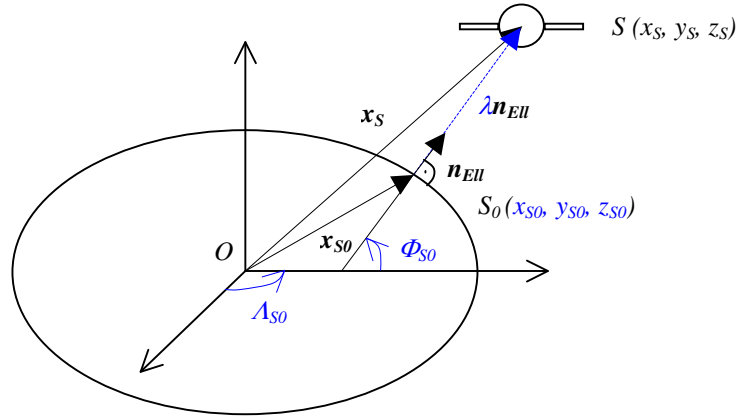


Abb. A.1: Berechnung räumlicher geodätischer Koordinaten aus kartesischen Koordinaten

Wie man obenstehender Abbildung entnehmen kann muß die folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\mathbf{x}_{S0} + \lambda \cdot \mathbf{n}_{Ell} = \mathbf{x}_S \quad (\text{A.1})$$

$$\text{bzw.} \quad \begin{bmatrix} x_{S0} \\ y_{S0} \\ z_{S0} \end{bmatrix} + \lambda \cdot \begin{bmatrix} n_{Ell_x} \\ n_{Ell_y} \\ n_{Ell_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Für den Ellipsoidnormalenvektor gilt im Punkt S_0

$$\mathbf{n}_{Ell} = \begin{bmatrix} n_{Ell_x} & n_{Ell_y} & n_{Ell_z} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{x_{S0}}{a^2} & \frac{y_{S0}}{a^2} & \frac{z_{S0}}{b^2} \end{bmatrix}^T. \quad (\text{A.3})$$

Setzt man nun (A.3) in Formel (A.2) ein, so ergeben sich drei Gleichungen für vier unbekannte Parameter λ , x_{S0} , y_{S0} und z_{S0} :

$$x_{S0} + \lambda \frac{x_{S0}}{a^2} = x_S \quad y_{S0} + \lambda \frac{y_{S0}}{a^2} = y_S \quad z_{S0} + \lambda \frac{z_{S0}}{b^2} = z_S \quad (\text{A.4})$$

Nach den Koordinaten von \mathbf{x}_{S0} umgeschrieben erhält man

$$x_{S0} = \frac{x_S}{\left(1 + \frac{\lambda}{a^2}\right)} \quad y_{S0} = \frac{y_S}{\left(1 + \frac{\lambda}{a^2}\right)} \quad z_{S0} = \frac{z_S}{\left(1 + \frac{\lambda}{b^2}\right)}. \quad (\text{A.5})$$

Da der gesuchte Punkt S_0 auf dem Ellipsoid liegt, muß für die gesuchten Koordinaten die Gleichung der Normalenform des Ellipsoides erfüllt sein, d.h. es muß gelten

$$\frac{x_{S_0}^2}{a^2} + \frac{y_{S_0}^2}{a^2} + \frac{z_{S_0}^2}{b^2} = 1. \quad (\text{A.6})$$

Mit (A.5) und (A.6) hat man nun insgesamt vier Gleichungen für vier unbekannte Parameter. Setzt man die Gleichungen aus (A.5) in Formel (A.6) ein, eliminiert man auf diese Weise die drei Unbekannten x_{S_0} , y_{S_0} und z_{S_0} und erhält eine Gleichung für den Parameter λ , die sich wie folgt darstellt:

$$a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\text{mit} \quad a_4 = \frac{1}{a^2 b^2} \quad (\text{A.8})$$

$$a_3 = \left(\frac{2}{a^2} + \frac{2}{b^2} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$a_2 = \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{x_S^2}{b^2} - \frac{y_S^2}{b^2} - \frac{z_S^2}{a^2} + 4 \right) \quad (\text{A.10})$$

$$a_1 = 2 \cdot (a^2 + b^2 - x_S^2 - y_S^2 - z_S^2) \quad (\text{A.11})$$

$$a_0 = a^2 b^2 - b^2 x_S^2 - b^2 y_S^2 - a^2 z_S^2 \quad (\text{A.12})$$

Man sieht, daß sich eine Gleichung 4. Grades für λ ergibt. Die Berechnung der vier möglichen Lösungen kann nach folgenden Formeln erfolgen:

Zunächst werden einige Abkürzungsterme eingeführt:

$$a_a = a_2^2 - 3a_3 a_1 + 12a_4 a_0 \quad (\text{A.13})$$

$$a_b = 2a_2^3 - 9a_3 a_2 a_1 + 27a_4 a_1^2 + 27a_3^2 a_0 - 72a_4 a_2 a_0 \quad (\text{A.14})$$

$$a_c = a_b + (-4a_a^3 + a_b^2)^{1/2} \quad (\text{A.15})$$

$$h_{1a} = \frac{a_3^2}{2a_4^2} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4a_3 a_2}{a_4^2} - \frac{a_3^3}{a_4^3} - \frac{8a_1}{a_4} \right) \cdot \left(\frac{a_3^2}{4a_4^2} + \frac{\sqrt[3]{2}a_a}{3 \cdot \sqrt[3]{a_c} a_4} + \frac{\sqrt[3]{a_c}}{3 \cdot \sqrt[3]{2}a_4} - \frac{2a_2}{3a_4} \right)^{-1/2} \quad (\text{A.16})$$

$$h_{1b} = \left(\frac{\sqrt[3]{2}a_a}{3 \cdot \sqrt[3]{a_c} a_4} + \frac{\sqrt[3]{a_c}}{3 \cdot \sqrt[3]{2}a_4} + \frac{4a_2}{3a_4} \right) \quad (\text{A.17})$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \cdot (h_{1a} - h_{1b})^{1/2} \quad (\text{A.18})$$

$$h_{2a} = \frac{a_3^2}{2a_4^2} + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{4a_3a_2}{a_4^2} - \frac{a_3^3}{a_4^3} - \frac{8a_1}{a_4} \right) \cdot \left(\frac{a_3^2}{4a_4^2} + \frac{\sqrt[3]{2}a_a}{3 \cdot \sqrt[3]{a_c}a_4} + \frac{\sqrt[3]{a_c}}{3 \cdot \sqrt[3]{2}a_4} - \frac{2a_2}{3a_4} \right)^{-1/2} \quad (\text{A.19})$$

$$h_{2b} = h_{1b} \quad (\text{A.20})$$

$$h_2 = \frac{1}{2} \cdot (h_{2a} - h_{2b})^{1/2} \quad (\text{A.21})$$

$$h_3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a_3^2}{4a_4^2} + \frac{\sqrt[3]{2}a_a}{3 \cdot \sqrt[3]{a_c}a_4} + \frac{\sqrt[3]{a_c}}{3 \cdot \sqrt[3]{2}a_4} - \frac{2a_2}{3a_4} \right)^{1/2} \quad (\text{A.22})$$

$$h_4 = \frac{a_3}{4a_4} \quad (\text{A.23})$$

Die vier möglichen Lösungen der Gleichung (A.7) ergeben sich zu

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -h_1 - h_3 - h_4 & \lambda_2 &= h_1 - h_3 - h_4 \\ \lambda_3 &= h_2 + h_3 - h_4 & \lambda_4 &= -h_2 + h_3 - h_4 \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

wobei sich evtl. auch komplexe Lösungen des Problems ergeben können. Der gesuchte Wert für λ ist die Lösung, welche reell und positiv ist. Aus (A.5) lassen sich dann schließlich die kartesischen Koordinaten des gesuchten Punktes $S_0 (x_{S0}, y_{S0}, z_{S0})$ auf dem Ellipsoid berechnen. Die Umrechnung in geodätische Koordinaten erfolgt mittels

$$\Lambda_{S0} = \arctan 2 \left(\frac{y_{S0}}{x_{S0}} \right) \quad \text{und} \quad \Phi_{S0} = \arctan 2 \left(\frac{1}{1 - e^2} \cdot \frac{z_{S0}}{\sqrt{x_{S0}^2 + y_{S0}^2}} \right). \quad (\text{A.25})$$

mit dem Quadrat der 1. numerischen Exzentrizität des Ellipsoides

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}. \quad (\text{A.26})$$

Die ellipsoidische Höhe läßt sich aus \mathbf{x}_S und \mathbf{x}_{S0} ermitteln:

$$h_{S0} = |\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_{S0}| = |\lambda \cdot \mathbf{n}_{Ell}|. \quad (\text{A.27})$$

Auf der beiliegenden CD-ROM ist unter „Anhang_A.m“ eine MATLAB-Codierung dieses Algorithmus‘ zur alternativen Berechnung von räumlichen geodätischen Koordinaten aus kartesischen Koordinaten abgespeichert.

Anhang B: Numerisches Beispiel zur Bestimmung eines SAR-Patterns

Zur Verifikation des in Kap. 4.2 dargestellten verallgemeinerten Berechnungsalgorithmus für SAR-Pattern wurde ein Sichtfeld auf einer Kugel (Halbachse a wurde gleich dem Wert für Halbachse b gesetzt) berechnet. Die Ergebnisse dieses Berechnungsbeispiels wurden dann mit den Outputs des bereits vorhandenen (in TINA implementierten) Berechnungsverfahrens verglichen.

Input:

Parameter Erdellipsoid (Kugel)	Instrumentenparameter ($AR^{13} = 1 \rightarrow$ rechtsblickend)
$a = 6378388$ [m]	$\phi = -20,59773113^\circ$
$b = 6378388$ [m]	$\gamma = -3,1197^\circ$
	$\Theta = -3,1197^\circ$
	$AR = 1$

(B.1)

Normalenvektoren der Ebenen *far* und *near* im Hilfskoordinatensystem *

$$\mathbf{n}_{far}^* = \begin{bmatrix} -0,377155216018658 \\ 0 \\ 0,926150065070407 \end{bmatrix} \quad \mathbf{n}_{near}^* = \begin{bmatrix} -0,326193213280461 \\ 0 \\ 0,945303119433004 \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

Normalenvektoren der Ebenen *left* und *right* im Hilfskoordinatensystem *

$$\mathbf{n}_{left}^* = \begin{bmatrix} -0,0254810013690987 \\ 0,999629435689233 \\ -0,00957652718129832 \end{bmatrix} \quad \mathbf{n}_{right}^* = \begin{bmatrix} 0,0254810013690987 \\ 0,999629435689233 \\ 0,00957652718129832 \end{bmatrix} \quad (B.2)$$

Input:

Aktuelle Satellitenposition $S_{(2)}$ in geozentrischen Koordinaten (Orbitpropagator)

$$\lambda_S = 29^\circ \quad \varphi_S = 60^\circ \quad r_S = 6991639,064 \text{ [m]} \quad (B.3)$$

Kartesische Koordinaten des Satelliten

$$\mathbf{x}_{S_{(2)}} = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3057512,65529002 \\ 1694806,93975865 \\ 6054937,04351565 \end{bmatrix} \quad (B.4)$$

Ellipsoidische Koordinaten des Satelliten

(Länge und Breite sind hier gleich den geozentrischen Koordinaten, da die Berechnungsfläche eine Kugel ist)

$$\Lambda_S = 29^\circ \quad \Phi_S = 60^\circ \quad h_S = 613251.064 \text{ [m]} \quad (B.5)$$

¹³ Hilfsparameter AR für die Aufnahmeorientierung; AR = 1 \rightarrow rechtsblickend, AR = 0 \rightarrow linksblickend

Kartesische Koordinaten des Satellitenfußpunktes S_0

$$\mathbf{x}_{S_0} = \begin{bmatrix} x_{S_0} \\ y_{S_0} \\ z_{S_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2789331,92229072 \\ 1546151,9320319 \\ 5523846,04319382 \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Normierter Ellipsoidnormalenvektor \mathbf{n}_{Ell0}

$$\mathbf{n}_{Ell0} = \begin{bmatrix} 0,437309853569698 \\ 0,242404810123169 \\ 0,866025403784438 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Input

Vorherige Satellitenposition $S_{(1)}$ in geozentrischen Koordinaten (Orbitpropagator)

$$\lambda_S = 30^\circ \quad \varphi_S = 59^\circ \quad r_S = 6991639,064 \text{ [m]} \quad (\text{B.8})$$

Kartesische Koordinaten des Satelliten

$$\mathbf{x}_{S_{(1)}} = \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3118523,11859388 \\ 1800480,16199425 \\ 5993004,38397232 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

Geschwindigkeitsvektor des Satelliten ($\mathbf{v}_S = \mathbf{x}_{S_2} - \mathbf{x}_{S_1}$)

$$\mathbf{v}_S = \begin{bmatrix} -61010,4633038575 \\ -105673,222235598 \\ 61932,6595433308 \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Normierte Koordinatenachsen \mathbf{n}_{E0} und \mathbf{v}_{S0}'

$$\mathbf{n}_{E0} = \begin{bmatrix} 0,778535362051732 \\ -0,584077074498344 \\ -0,22964464087027 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_{S0}' = \begin{bmatrix} -0,450158618717701 \\ -0,774657265553359 \\ 0,444143376534611 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

Rotationsmatrix \mathbf{R}

$$\mathbf{R} = [\mathbf{n}_{Ell0} \quad \mathbf{v}_{S0}' \quad \mathbf{n}_{E0}] = \begin{bmatrix} 0,437309853569698 & -0,450158618717701 & 0,778535362051732 \\ 0,242404810123169 & -0,774657265553359 & -0,584077074498344 \\ 0,866025403784438 & 0,444143376534611 & -0,22964464087027 \end{bmatrix} \quad (\text{B.12})$$

Normalenvektoren der Ebenen *far* und *near* im übergeordneten Koordinatensystem

$$\mathbf{n}_{far} = \begin{bmatrix} 0,556106883933657 \\ -0,632367259078739 \\ -0,539311397327036 \end{bmatrix} \quad \mathbf{n}_{near} = \begin{bmatrix} 0,593304400001298 \\ -0,631200684441303 \\ -0,499575404618692 \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

Normalenvektoren der Ebenen *left* und *right* im übergeordneten Koordinatensystem

$$\mathbf{n}_{left} = \begin{bmatrix} -0,46859056403324 \\ -0,774953492536386 \\ 0,424110796496231 \end{bmatrix} \quad \mathbf{n}_{right} = \begin{bmatrix} -0,431393047965599 \\ -0,77378691789895 \\ 0,463846789204575 \end{bmatrix} \quad (\text{B.14})$$

Richtung \mathbf{r}_{ij} der Schnittgeraden der Ebenen

$$\mathbf{r}_{far/left} = \begin{bmatrix} -0,686135032849188 \\ 0,0168652983808897 \\ -0,727278302535775 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_{far/right} = \begin{bmatrix} -0,710633626647234 \\ -0,0252932050716919 \\ -0,703107071069043 \end{bmatrix} \quad (\text{B.15})$$

$$\mathbf{r}_{near/left} = \begin{bmatrix} -0,654846729621901 \\ -0,0175304810218621 \\ -0,755558001658728 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_{near/right} = \begin{bmatrix} -0,679345323419848 \\ -0,0596889844744437 \\ -0,731386770191996 \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

Berechnete Werte für l_{ij} , kartesische und geodätische Koordinaten der Patterneckpunkte

Patterneckpunkt *far / left*

$$l_{far/left} = 667793,515978453 \quad \mathbf{x}_{far/left} = \begin{bmatrix} 2599316,1292676 \\ 1706069,47666245 \\ 5569265,30877045 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_{far/left} = 33,2790210502662^\circ \quad \Phi_{far/left} = 60,8263336970477^\circ \quad (\text{B.17})$$

Patterneckpunkt *far / right*

$$l_{far/right} = 667793,515978453 \quad \mathbf{x}_{far/right} = \begin{bmatrix} 2582956,12717874 \\ 1677916,30141346 \\ 5585406,70041715 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_{far/right} = 33,0081901235842^\circ \quad \Phi_{far/right} = 61,1251818686993^\circ \quad (\text{B.18})$$

Patterneckpunkt *near / left*

$$l_{near/left} = 652760,801247142 \quad \mathbf{x}_{near/left} = \begin{bmatrix} 2630054,37936796 \\ 1683363,72892057 \\ 5561738,39696421 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_{near/left} = 32,6212355480108^\circ \quad \Phi_{near/left} = 60,6879283655342^\circ \quad (\text{B.19})$$

Patterneckpunkt *near / right*

$$l_{near/right} = 652760,801247142 \quad \mathbf{x}_{near/right} = \begin{bmatrix} 2614062,65765098 \\ 1655844,31042748 \\ 5577516,2938357 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_{near/right} = 32,3516872880371^\circ \quad \Phi_{near/right} = 60,9787472178034^\circ \quad (\text{B.20})$$

In der nachfolgenden Tabelle sind die obigen Ergebnisse denen des bislang implementierten Berechnungsalgorithmus‘ zur Berechnung von SAR-Pattern auf einer Kugel gegenübergestellt. Die Berechnungen erfolgten dabei mit den gleichen Eingabeparametern wie oben dargestellt.

	Algorithmus implementiert		Algorithmus verallgemeinert	
Eckpunkt	Λ	Φ	Λ	Φ
<i>far / left</i>	33,279°	60,826°	33,279°	60,826°
<i>far / right</i>	33,008°	61,125°	33,008°	61,125°
<i>near / left</i>	32,621°	60,688°	32,370°	60,959°
<i>near / right</i>	32,352°	60,979°	32,603°	60,708°

Tabelle B.1: Berechnungsergebnisse SAR-Pattern

Die Ergebnisse sind in Abb. B.1 anschaulich dargestellt. Man erkennt, daß die Eckpunkte der Seite *far* nahezu exakt übereinstimmen, die Eckpunkte der Patternseiten *near* jedoch differieren. Dies kommt daher, daß beim implementierten Berechnungsalgorithmus vereinfacht angenommen wird, daß die Patterneckpunkte auf Großkreisen liegen, welche jeweils durch den Satellitenfußpunkt verlaufen, was eigentlich aber nicht der Fall ist. (Vgl. Kap. 3.2 und Abb. 3.11)

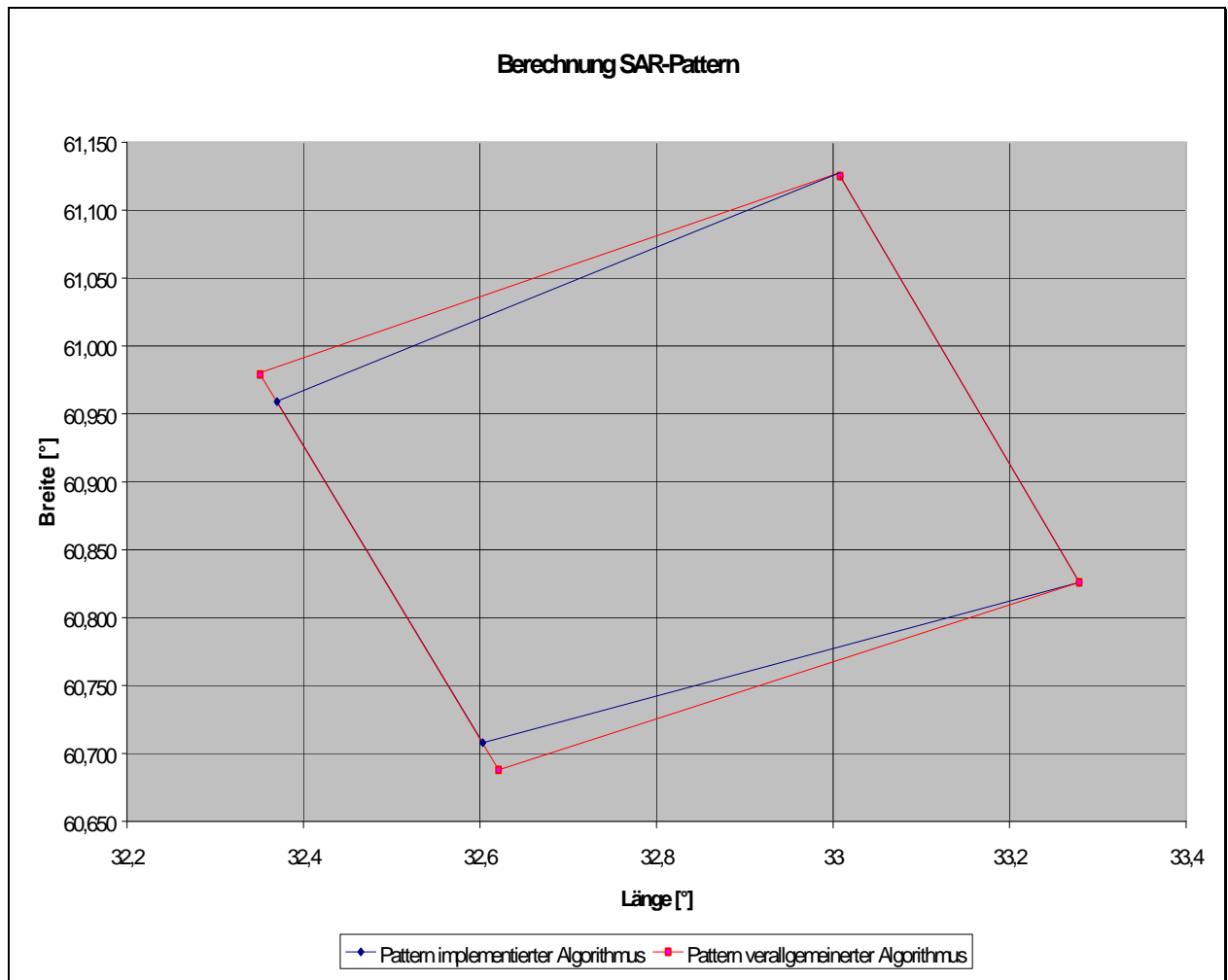


Abb. B.1: Berechnungsergebnisse SAR-PatternAnhang

Anhang C: Numerisches Beispiel zur Bestimmung des Patterns eines optischen Erdbeobachtungsinstruments

Zur Verifikation des in Kap. 5 dargestellten Berechnungsalgorithmus für Pattern optischer Erdbeobachtungsinstrumente wurde ebenfalls ein Sichtfeld auf einer Kugel (Halbachse a wurde gleich dem Wert für Halbachse b gesetzt) berechnet. Die Ergebnisse dieses Berechnungsbeispiels wurden dann visuell mit den Outputs der in Anhang B dargestellten Beispiele verglichen.

Input:

Parameter Erdellipsoid (Kugel)

$a = 6378388$ [m]

$b = 6378388$ [m]

Instrumentenparameter ($AR^{14} = 1 \rightarrow$ rechtsblickend)

$\phi = -20,59773113^\circ$

$\alpha = -3,1197^\circ \cdot 0,5$

$n = 8$

$AR = 1$ (C.1)

Richtungsvektoren \mathbf{r}_i^* der „Kegelgeraden“ $i = 1..8$ im Hilfskoordinatensystem *

$$\mathbf{r}_1^* = \begin{bmatrix} -0,926150065070407 \\ 0 \\ -0,377155216018658 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_2^* = \begin{bmatrix} -0,928954964941592 \\ -0,0192482636051431 \\ -0,369692003509073 \end{bmatrix} \quad (C.2)$$

$$\mathbf{r}_3^* = \begin{bmatrix} -0,935726592251706 \\ -0,0272211554425258 \\ -0,351674214649559 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_4^* = \begin{bmatrix} -0,942498219561819 \\ -0,0192482636051431 \\ -0,333656425790046 \end{bmatrix} \quad (C.3)$$

$$\mathbf{r}_5^* = \begin{bmatrix} -0,945303119433004 \\ 0 \\ -0,32619321328046 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_6^* = \begin{bmatrix} -0,942498219561819 \\ 0,0192482636051431 \\ -0,333656425790046 \end{bmatrix} \quad (C.4)$$

$$\mathbf{r}_7^* = \begin{bmatrix} -0,935726592251706 \\ 0,0272211554425258 \\ -0,351674214649559 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_8^* = \begin{bmatrix} -0,928954964941592 \\ 0,0192482636051431 \\ -0,369692003509073 \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

Die Berechnung der Rotationsmatrix \mathbf{R} erfolgt in analoger Weise wie in Anhang B in (B.3) bis (B.11) dargestellt, da zur Berechnung des optischen Patterns die gleichen Satellitenpositionen verwendet wurden.

¹⁴ Hilfsparameter AR für die Aufnahmerichtung; $AR = 1 \rightarrow$ rechtsblickend, $AR = 0 \rightarrow$ linksblickend

Rotationsmatrix **R**

$$\mathbf{R} = [\mathbf{n}_{El0} \quad \mathbf{v}_{S0} \quad \mathbf{n}_{E0}] = \begin{bmatrix} 0,437309853569698 & -0,450158618717701 & 0,778535362051732 \\ 0,242404810123169 & -0,774657265553359 & -0,584077074498344 \\ 0,866025403784438 & 0,444143376534611 & -0,22964464087027 \end{bmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Richtungsvektoren \mathbf{r}_i der „Kegelgeraden“ $i = 1..8$ im übergeordneten Koordinatensystem

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} -0,698643221992291 \\ -0,00421551546498389 \\ -0,71545780993263 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} -0,685394685733812 \\ 0,00565627923637937 \\ -0,728149800022666 \end{bmatrix} \quad (\text{C.7})$$

$$\mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} -0,670739433331412 \\ -0,000332714612647306 \\ -0,741692997051505 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_4 = \begin{bmatrix} -0,663262312882415 \\ -0,0186742256402732 \\ -0,748153979877542 \end{bmatrix} \quad (\text{C.8})$$

$$\mathbf{r}_5 = \begin{bmatrix} -0,667343320138347 \\ -0,0386240454409307 \\ -0,743747992387546 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_6 = \begin{bmatrix} -0,680591856396826 \\ -0,0484958401422939 \\ -0,731056002297509 \end{bmatrix} \quad (\text{C.9})$$

$$\mathbf{r}_7 = \begin{bmatrix} -0,695247108799226 \\ -0,0425068462932673 \\ -0,717512805268671 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_8 = \begin{bmatrix} -0,702724229248223 \\ -0,0241653352656414 \\ -0,711051822442633 \end{bmatrix} \quad (\text{C.10})$$

Berechnete Werte für l_i , kartesische und geodätische Koordinaten der Patterneckpunkte

Patterneckpunkt P₁

$$l_1 = 667517,628222823 \quad \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 2591155,98877177 \\ 1691993,00887373 \\ 5577356,34313593 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_1 = 33,1440428790102^\circ \quad \Phi_1 = 60,9757831798933^\circ \quad (\text{C.11})$$

Patterneckpunkt P₂

$$l_2 = 665271,675682819 \quad \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 2601538,98420779 \\ 1698569,90212436 \\ 5570519,60590647 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_2 = 33,1409072448728^\circ \quad \Phi_2 = 60,8494560259971^\circ \quad (\text{C.12})$$

Patterneckpunkt P₃

$$l_3 = 659914,718510949 \quad \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 2614881,83094893 \\ 1694587,3764887 \\ 5565482,91814487 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_3 = 32,945458792896^\circ \quad \Phi_3 = 60,756708214540^\circ \quad (\text{C.13})$$

Patterneckpunkt P₄

$$l_4 = 654648,063688063 \quad \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} 2623309,26644428 \\ 1682581,89410237 \\ 5565159,4892483 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_4 = 32,6759783165489^\circ \quad \Phi_4 = 60,7507616144913^\circ \quad (\text{C.14})$$

Patterneckpunkt P₅

$$l_5 = 652492,428665262 \quad \mathbf{x}_5 = \begin{bmatrix} 2622076,19157941 \\ 1669605,04254402 \\ 5569647,10964779 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_5 = 32,4869152062707^\circ \quad \Phi_5 = 60,8333702316893^\circ \quad (\text{C.15})$$

Patterneckpunkt P₆

$$l_6 = 654648,063688063 \quad \mathbf{x}_6 = \begin{bmatrix} 2611964,51433797 \\ 1663059,23191257 \\ 5576352,64716405 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_6 = 32,485241904164^\circ \quad \Phi_6 = 60,957205785602^\circ \quad (\text{C.16})$$

Patterneckpunkt P₇

$$l_7 = 659914,718510949 \quad \mathbf{x}_7 = \begin{bmatrix} 2598708,85519123 \\ 1666756,04625224 \\ 5581439,78259878 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_7 = 32,6752405872721^\circ \quad \Phi_7 = 61,0514757148055^\circ \quad (\text{C.17})$$

Patterneckpunkt P₈

$$l_8 = 665271,675682819 \quad \mathbf{x}_8 = \begin{bmatrix} 2590010,12975514 \\ 1678730,42667304 \\ 5581894,40610192 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_8 = 32,9495291212962^\circ \quad \Phi_8 = 61,0599140121381^\circ \quad (\text{C.18})$$

Die Berechnungsergebnisse wurden zusammen mit den Ergebnissen des Beispiels aus Anhang B kartiert. Man erkennt, daß die Punkte P_1 , P_3 , P_5 , und P_7 jeweils in den Mitten der Patternseiten des SAR-Sichtfeldes liegen, wie dies zu erwarten war.

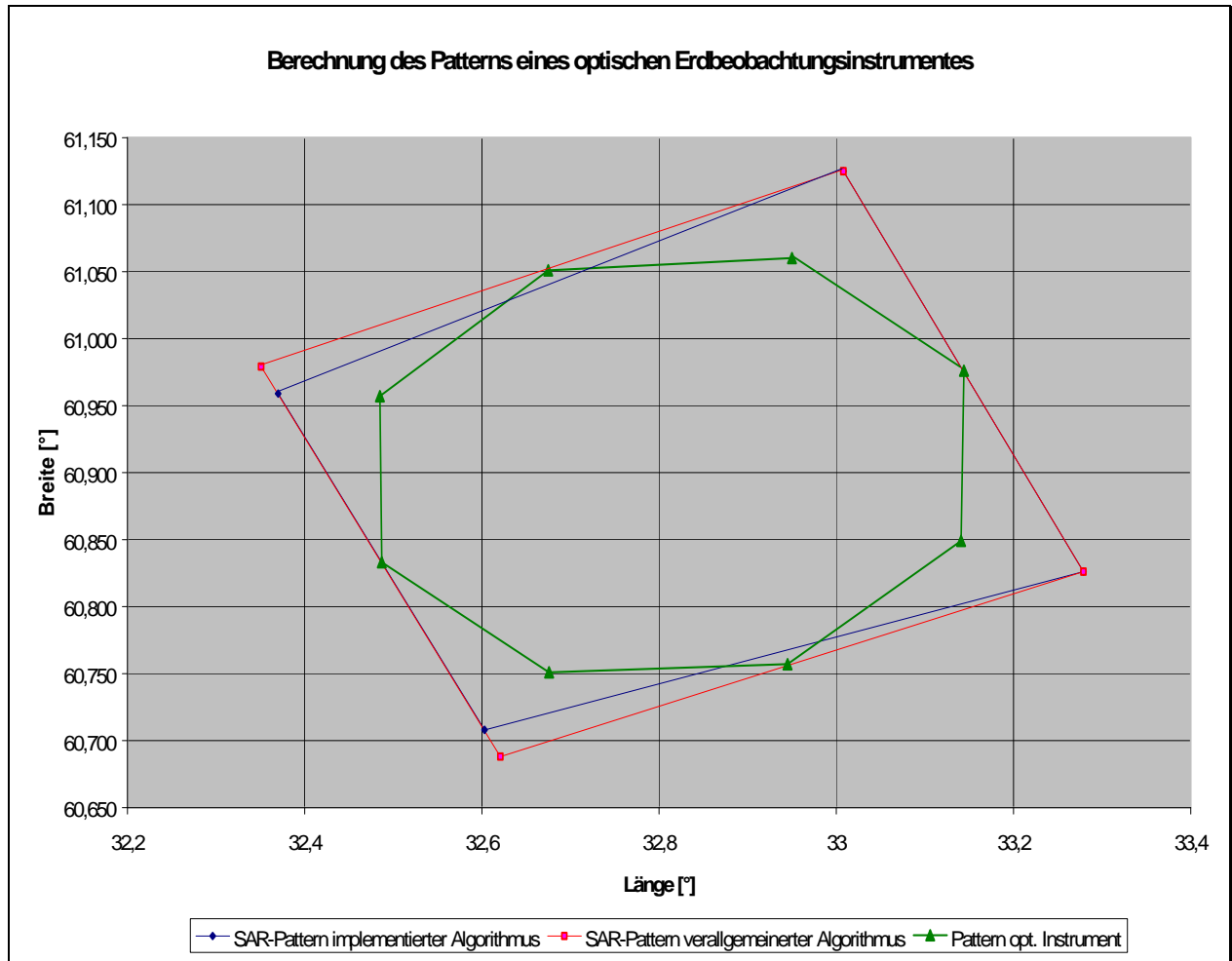


Abb. C.1: Berechnungsergebnisse des Patterns eines optischen Instrumentenpatterns

Anhang D: WGS84 Geoidmodell

Nachfolgend dargestellt sind die Geoidundulationen N , d.h. die Höhenabweichungen zwischen dem WGS84-Geoid und dem WGS84 Referenzellipsoid.

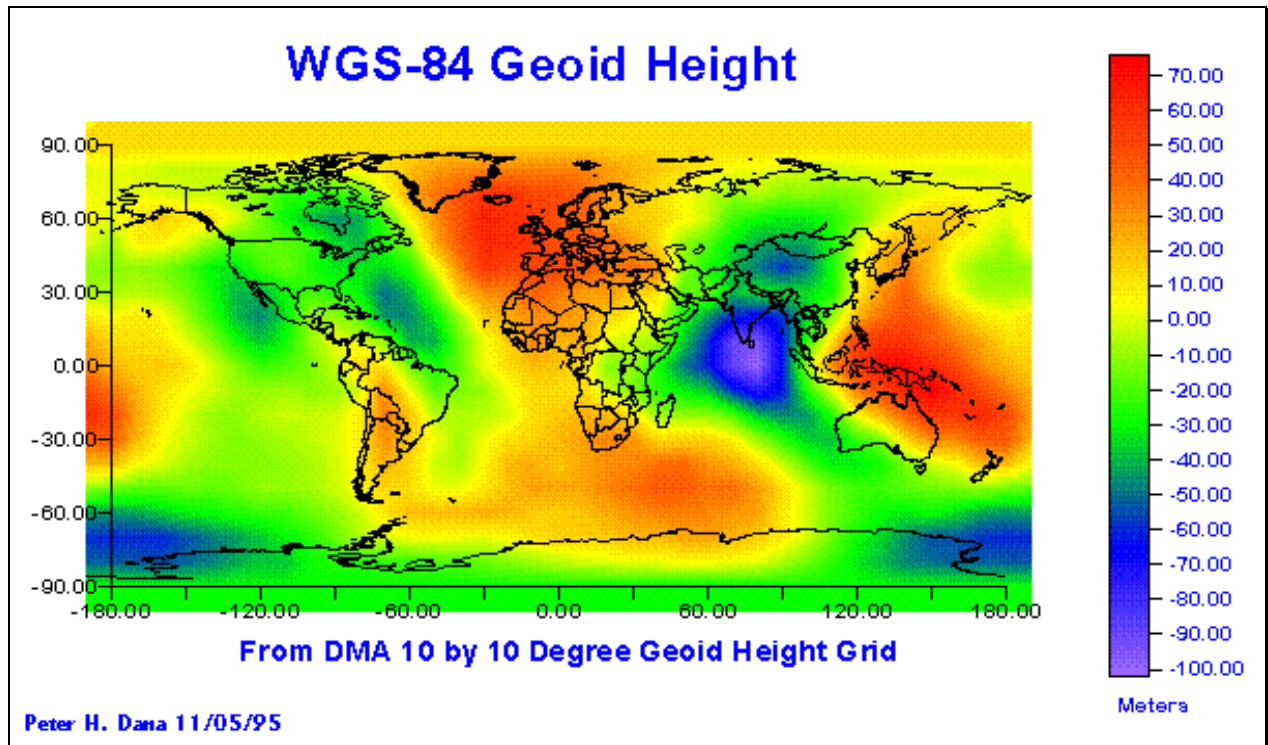


Abb. D.1: WGS84 Geoidmodell (Höhen über dem WGS84-Ellipsoid, 10°-Raster) [UTEXAS]

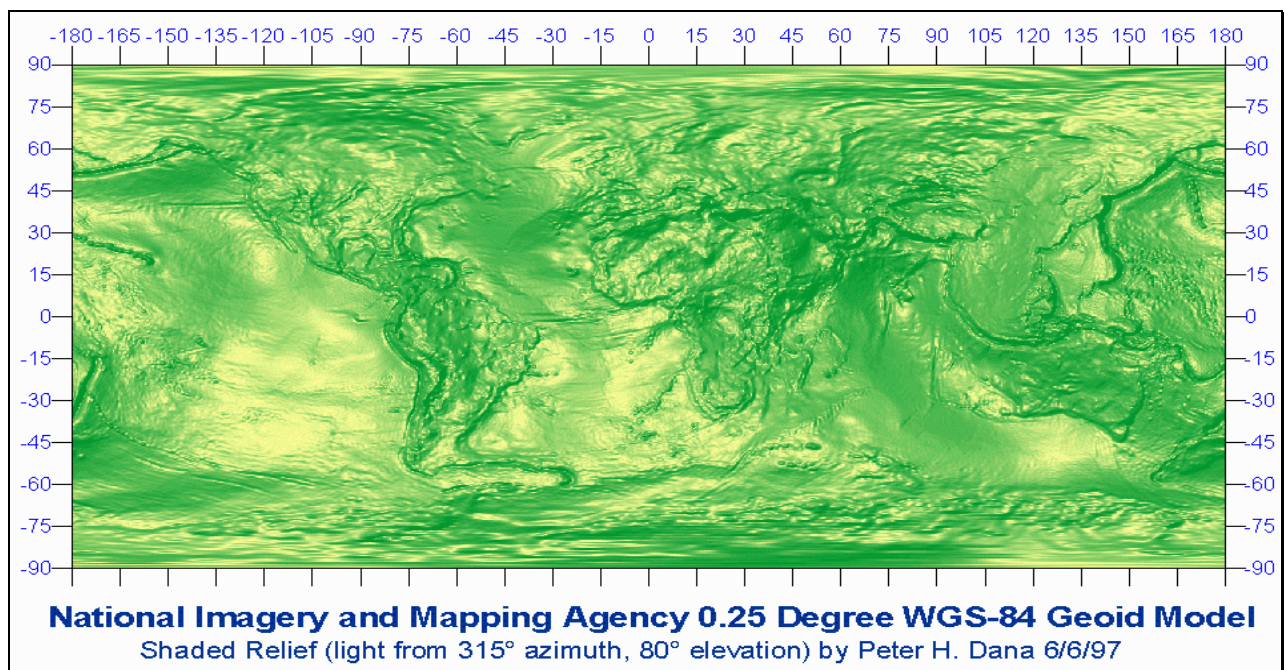


Abb. D.2: Reliefdarstellung des WGS84 Geoidmodelles (0.25°-Raster) [UTEXAS]