イロト イポト イヨト イヨト ヨー のくぐ

# Analyse der GRACE-Beobachtungen durch optimierte radiale Basisfunktionen

#### Markus Antoni, Wolfgang Keller, Matthias Weigelt markus.antoni@gis.uni-stuttgart.de

Geodätisches Institut der Universität Stuttgart

Bremen, 30.09.2008

イロト イポト イヨト イヨト ヨー のくぐ

### **Motivation**

Analyse mit Kugelflächenfunktionen:

- + geeignet für globale Information
- Probleme bei lokalen Details

Idee:

- Restsignal := Beobachtung synth. Beobachtung (Modell)
- Analyse des Restsignals
  - in einzelnen Regionen
  - entlang der Bahnbögen
  - durch lokale Basisfunktionen

イロト イポト イヨト イヨト ヨー シタマ

# Line-of-Sight-Gradiometrie

Messgrößen des K-Bands – Schwerefeldgrößen



Differenzieren, Umordnen, Linearisierung (**G**: Tensor der zweiten Ableitungen)

$$\vec{e}_{12}^{\top}\mathbf{G}\vec{e}_{12} = \frac{\ddot{\rho}}{\rho} + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2} - \frac{||\vec{X}_{12}||}{\rho^2} + \mathcal{O}(\Delta x^2)$$

# Line-of-Sight-Gradiometrie

Messgrößen des K-Bands - Schwerefeldgrößen



Differenzieren, Umordnen, Linearisierung (G: Tensor der zweiten Ableitungen des Residualfeldes)

$$\vec{e}_{12}^{\top}\mathbf{G}\vec{e}_{12} = \frac{\ddot{\rho}}{\rho} + \frac{\dot{\rho}^2}{\rho^2} - \frac{||\vec{X}_{12}||}{\rho^2} - \underbrace{\frac{1}{\rho}(\nabla V_2^0 - \nabla V_1^0)\vec{e}_{12}}_{\text{Referenzfeld}} - \underbrace{\frac{1}{\rho}\sum_{i}\vec{g}_{12}^{i}\vec{e}_{12}}_{\text{Störkräfte}}$$

# Radiale Basisfunktionen

#### Potential einer Basis

$$\Psi_{b}(\vec{x}, \beta_{b}) = \frac{GM}{R} \eta_{b} \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sigma_{b}(n) P_{n}(\underbrace{\cos \varpi_{b}}_{f(\lambda_{b}, \vartheta_{b}, \vec{x})})$$
Normierte radiale Basisfunktion
$$0.5$$

$$0$$

$$-0.5$$

$$-1$$

# Radiale Basisfunktionen

#### Potential einer Basis

$$\Psi_b(\vec{x}, \beta_b) = \frac{GM}{R} \eta_b \sum_{n=0}^{N} \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \sigma_b(n) P_n(\underbrace{\cos \varpi_b}_{f(\lambda_b, \vartheta_b, \vec{x})})$$



Optimierung aller Parameter

- Positionen (λ<sub>b</sub>, ϑ<sub>b</sub>) nahe den Extremwerten
- individuelle Formparameter
   σ<sub>b</sub>(n) := (σ<sub>b</sub>)<sup>n</sup>
- "minimale" Anzahl der Basen

イロト イポト イヨト イヨト ヨー のくぐ

keine Regularisierung

#### Line-of-Sight-Gradiometrie 2

Line-of-Sight-Gradient eines beliebigen Potentials V (Koop 93)

$$\frac{\partial^2 V(\vec{x})}{\partial \gamma^2} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 V(\vec{x})}{\partial u^2} + \frac{1}{a} \frac{\partial V(\vec{x})}{\partial r}$$

... einer radialen Basisfunktion

$$\frac{\partial^2 \Psi_b(\vec{x},\beta_b)}{\partial y^2} = \frac{1}{a^2} \eta_b \sum_{n=0}^N \sigma_b(n) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} \left\{ (n+1)P_n(\zeta_b) \left(\frac{(n+1)e^2 \sin^2 E}{1-e^2} - \frac{re}{a(1-e^2)} \cos E - \frac{a}{r}\right) \right. \\ \left. 2\frac{(n+1)e \sin E}{\sqrt{1-e^2}} P'_n(\zeta_b) \frac{\partial \zeta_b}{\partial u} - P'_n(\zeta_b)\zeta_b + P''_n(\zeta_b) \left(\frac{\partial \zeta_b}{\partial u}\right)^2 \right\}$$

◆ロ → ◆暦 → ◆臣 → ◆臣 → ○ ● ○ ● ● ●

## Optimierung



# Beispiel: Amazonasbecken



- Februar 2003
- 4048 Messpunkte



- 37 Basisfunktionen
- Korrelation:  $r_{XY} = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \approx 90\%$ X: Beobachtung; Y: Approximation

# Beispiel: Amazonasbecken



- Februar 2003
- 4048 Messpunkte



- 37 Basisfunktionen
- Korrelation:  $r_{XY} = \frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \approx 90\%$ X: Beobachtung; Y: Approximation

イロト (日本) (日本) (日本) (日本) (日本)

Potential am Boden (Januar) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>] 85 90 95 100 -50 -50 -50 -100

Länge  $\lambda$  [°]



- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (Februar) (m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>) 85 90 95 100 -50 -50 -50 -100

Länge  $\lambda$  [°]



- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (März) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (April) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (Mai) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (Juni) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (Juli) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (August) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (September) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

50

### Potentialwerte

85

Potential am Boden (Oktober) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (November) [m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>]





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

Potential am Boden (Dezember)  $[m^2/s^2]$ 





- 37 40 Basisfunktionen
- 3735 4751 Datenpunkte
- Korrelationen: 88 95%
- analoge Strukturen je Monat

#### **Ausblick**



- gemittelte Monatslösungen der radialen Basisfunktionen zeigen z.T. Signale der sphärisch-harmonischen Jahreslösung in den kurzen Wellenlängen
- Basisfunktionen analysieren lokale Details, die in den CSR-Monatslösungen nicht enthalten sind
- zeitliche Variation in hohen Frequenzen?